

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

58. Tematika

Tematika címe: **Sík és térbeli formák. Transzformációk. Geometria a természetben.**

Foglalkozás típusa: Kiscsoportos foglalkozás

Ajánlott korosztály: 10-14 éves tanulók (felső tagozat)

Fejlesztési célok:

- Fejlődjön a tanulók alkalmazás-készsége, a tanult tulajdonságokat tudják alkalmazni konkrét szerkesztési feladatokban. A szerkesztéssel fejlődik a figyelem és törekszünk a pontos munkavégzésre.
- A feladatmegoldások során problémamegoldás, valamint az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.
- A kooperatív munka során fejlődik az együttműködési képesség. A szakértői mozaiknál a tanítás során fejlődik a szóbeli szövegalkotás képessége.
- Absztrakciós képesség fejlesztése.
- Rendszerező gondolkodás fejlesztése.
- Önellenőrzés fejlesztése.
- A lényegkiemelő képesség fejlesztése.
- A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek fejlesztése.
- A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése.
- Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban.
- Arányossági műveletekkel az induktív illetve a deduktív következtetés képességét fejlesztjük.
- Hasonló alakzatok adatai közötti összefüggések alkalmazása valóság-közeli feladatok megoldásánál az arányérzékletet fejleszti.

NAT kapcsolódás:

rajz – népművészet, építészet, festészet, szimmetria,

biológia – szimmetria,

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

technika- koordináta rendszer, eszközhasználat

Informatika: irányított keresés a NET-en; az internetes keresés eredményként kapott adatok igazságtartalmának vizsgálata; oktatóprogramok használata; számítógép használat. Problémák algoritmusainak megtervezése (pl.: szerkesztés lépései).

Matematika:

- A mindennapi élethez kapcsolódó geometriai számítások elvégzésének fejlesztése.
- A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése.
- Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése.
- Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.
- Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése.
- A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.
- A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismerttetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkuszió).
- Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményezőkézség, együttműködési készség, tolerancia.
- Az önálló gondolkodás igényének kialakítása.
- Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.
- Szóbeli és írásbeli kifejezőképesség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata.
- Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás).
- Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.
- Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.
- A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.
- A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.

SNI tanulók számára vonatkozó felhasználási javaslatok:

- az ismeretanyag feldolgozásnál figyelembe kell venni és csökkenteni kell a tartalom mennyiségét az egyes sajátos nevelési igényű tanulók csoportjaira jellemző tulajdonságok alapján;

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

- a nevelés és fejlesztés folyamatában a szokásosnál nagyobb mértékű időbeli kiterjesztése lehetséges a tartalmak felhasználásának mérlegelésével;

Alkalom	Óraszám	Téma, fogalmak	Módszerek, tanulási formák	Eszközök
1.	1	<p>Előzetes ismeretek felmérése. Motiváció, érdeklődés felkeltése „A geometria születésünk pillanatától végig kíséri életünket, mert tárgya a bennünket körülvevő világ. „ (G. Horváth Ákos: Csodálatos geometria avagy a kapcsolatteremtés tudománya) Legyen pontos fogalmuk a geometriai kifejezések jelentéséről, tudják a megegyezés szerint jelölni azokat. Fogalmak: pont, egyenes, félegyenes, szakasz, párhuzamos, metsző, kitérő, merőleges, szög, szögfajták, szögpárok, síkidom, konvex, konkáv, szakaszfelező merőleges, szögfelező, test</p>	<p>Módszer a játék és szükség szerint a magyarázat. Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában</p>	<p>aktív tábla, film, memóriakártyák, totó, dominók, füzet, ceruza</p>
2.	2.	<p>Halmazok A halmazműveletek felidézése, bemutatása Fogalmak: Venn-diagram, halmazműveletek, unió, metszet, különbség halmaz, részhalmaz, üres halmaz, hozzárendelés, függvény, pont-pont függvény, transzformáció</p>	<p>Szemléltetés, megbeszélés, beszélgetés. Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában</p>	<p>aktív tábla, notebook fájl, kártyák csomagolópapír</p>
3.	3.	<p>Geometriai transzformáció Pontok ábrázolása a koordináta rendszerben. Fogalmak: pont-pont függvény, egybevágósági transzformációk, alakzatok egybevágósága, középpontos hasonlóság, távolságtartó, aránytartó, szögtartó, irányítástartó, irányításváltó.</p>	<p>Szemléltetés, megbeszélés, beszélgetés. Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában</p>	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Alkalom	Óraszám	Téma, fogalmak	Módszerek, tanulási formák	Eszközök
		Összefüggések matematikai megfogalmazása, általánosítások.		
4.	4.	Tengelyes tükrözés A bemutatott példák alapján tudják a pont, szakasz, egyenes, háromszög tengelyes tükröképét megszerkeszteni. Fogalmak: távolságtartás, szögtartás, egyenes tartás, körüljárás iránya.	Új ismeretek szerzése, ismeretbővítés, magyarázat, szemléltetés. Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában	aktív tábla, interaktív tananyag, internet, PPT, internet, nyomtatott lap az ablak módszerhez, vonalzó, körző, szögmérő, feladatlap
5.	5.	Középpontos tükrözés A középpontos tükrözés fogalma, a jellemző tulajdonságok összegyűjtése. Középpontos tükrözés koordináta rendszerben	Új ismeretek szerzése, ismeretbővítés, magyarázat, szemléltetés. Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában	aktív tábla, körző, vonalzó
6.	6.	Szimmetrikus alakzatok Tulajdonságok felismerése, rendszerezése, halmozba rendezése, tapasztalatok általánosítása, egyformaságok és különbségek felismerése, elvonatkoztatás alakzatok szimmetriájának felismerése. Fogalmak: tengelyes és középpontos szimmetria, szimmetriatengely, szimmetria középpont.	Magyarázat, szemléltetés, Páros és kooperatív csoport munkában	csomagolópapír, ragasztó, szókártyák, aktív tábla, PPT, füzet, alakzatok rajzai
7.	7.	Középpontos hasonlóság Arányossággal kapcsolatos számítási feladatok, szerkesztési feladatok. Fogalmak: arány, középpontos hasonlóság	Gyakorlati tapasztalatból kiindulva, általánosítás és alkalmazás. Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában	asztali lámpa, körző, vonalzó, szögmérő, feladatlap
8.	8.	Középpontos hasonlóság alkalmazása A valóságos tárgyak méretei, és azok geometriai modellje közötti arány becslése.	Elbeszélés, megbeszélés, vita, szemléltetés, magyarázat	mérőeszközök, méterrúd, körző, vonalzó

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Alkalom	Óraszám	Téma, fogalmak	Módszerek, tanulási formák	Eszközök
		Köznap feladat megfogalmazása a matematika nyelvén, a megoldásához szükséges ismeretek felelevenítése. Szakasz adott arányú felosztása szerkesztéssel Gyakorlati problémák matematikai megoldása.		
9.	9.	Háromszögek A háromszögek csoportosítása, szerkesztések, gyakorlati alkalmazások. Fogalmak: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű, tompaszögű háromszög, átfogó, befogó, szár, szárszög, alap, magasság, háromszög egyenlőtlenség, háromszög belső szögeinek összege, terület, területszámítás, egybevágóság, középpontos hasonlóság.	Megbeszélés, vita, magyarázat, szemléltetés. Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában	aktív tábla notebook fájl kivágott háromszögek, csomagolópapíron halmazábra, feladatlap körző, vonalzó, szögmérő
10.	10	Geometria a természetben A természetben szinte korlátlan számú, és nagyon sokféle mértani alakzat van. Erre a következtetésre juthatunk a falevelek, a kristályok, az ásványok a gyümölcsök a növény- és állatvilág figyelmesebb tanulmányozásából és mindez csak parányi része annak a szépségnek, amely minden természetbarátot ámulatba ejt. Természeti tárgy és fotó bemutatása, kapcsolata a geometriával. Szimmetria keresése a természetben, szerkesztés.	Egyéni, páros és kooperatív csoport munkában. Bemutatás, szemléltetés, beszélgetés.	számítógép, projektor, körző, vonalzó

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Óravázlat1 Bevezetés, Előzetes ismeretek felmérése

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
5 perc	Bevezető beszélgetés. Film megtekintése, vélemények.	Érdeklődés felkeltése. Beszélgetés	„A geometria születésünk pillanatától végig kíséri életünket, mert tárgy a bennünket körülvevő világ. „ (G. Horváth Ákos: Csodálatos geometria avagy a kapcsolat-teremtés tudománya)	Aktívtábla
15 perc	Az alapfogalmak, jelölések felelevenítése	Legyen pontos fogalmuk a geometriai kifejezések jelentéséről, tudják a megegyezés szerint jelölni azokat. Módszer a játék és szükség szerint a magyarázat.	Pont, egyenes, félegyenes, szakasz, párhuzamos, metsző, kitérő, merőleges, szög, síkidom, konvex, konkáv, szakaszfelező merőleges, szögfelező, test fogalma, jelölése. Feladat Memória játék és pároztató kombinációja Feladat 1. számú melléklet	memóriakártyák
10 perc	Logikai feladatok megoldása és megbeszélése.	Logikai gondolkodás tudásszintjének felmérése	Feladatlap és megoldása a 2. számú mellékletben.	Feladatlap, íróeszköz,
10 perc	Dominózás	A szögekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése	Minden tanuló azonos számú dominót kap. Van egy kezdő dominó. Akinél a kapcsolódó dominó van, elhelyezi és megindokolja, hogy miért tette oda, ha helyes 1 pontot kap, ha nem, veszít 1 pontot.	Dominók

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			Dominók a 3. számú mellékletben	
5 perc	Értékelés		A játékok során gyűjtött pontokat összeszámoljuk.	
	Javaslat otthoni ismétlésre, gyakorlásra		A PowerPoint bemutató diái a 4. számú mellékletben.	Megosztott PowerPoint bemutató

1. számú melléklet

Memória játék és pároztató kombinációja.

A tanulók körül ülik az asztalt, az alábbi táblázatban található fogalom és magyarázat alkot egy kártyapárt. A lapokat össze kell keverni majd fejjel lefelé kiteríteni. Ezután körben haladva, minden tanuló egyszerre két lapot fordíthat meg. Amennyiben ez szerinte egy pár, akkor hangosan felolvassa. Ha helyesen gondolta (a többiek jóváhagyják), akkor maga elé helyezi az asztalra, ha nem egy pár, akkor vissza kell fordítani. Ha a lefordított kártyapárok elfogytak, akkor a megszerzett párokat meg kell védeni, vagyis az alakzatokat le kell rajzolni és a tanult jelölésekkel ellátni.

Pontozás: Minden megszerzett kártyapár 1 pontot ér, +1 pont páronként, ha le tudja rajzolni és helyesen jelölni az alakzatot.

Memóriakártyák:

Fogalom:	Magyarázat:
pont	Nem definiált alapfogalom. Nincs kiterjedése.
egyenes	Két pontja egyértelműen meghatározza. 1 kiterjedése van a hosszúság.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

félegyenes	Az egyenest egy pontja két ilyen alakzatra bontja. 1 kiterjedése van a hosszúság.
szakasz	Két pont távolsága vagy az egyenes két pontja által határolt része.
párhuzamos	Két egyenes kölcsönös helyzete, ha közös pontjaik száma nulla, vagy végtelen sok.
metsző	Két egyenes kölcsönös helyzete, ha pontosan egy közös pontjuk van.
kitérő	Két egyenes kölcsönös helyzete, ha nincsenek egy síkban.
merőleges	Ha két alakzat derékszöget, vagyis 90° -ot zár be.
szög	Egy pontból kiinduló két félegyenes.
síkidom	Zárt vonallal határolt síkrész. 2 kiterjedése van a hosszúság és szélesség.
kör	Adott ponttól azonos távolságban lévő pontok mértani helye a síkon.
konvex alakzat	Bármely két pontját összekötő szakasz az alakzaton belül halad.
konkáv alakzat	Van két olyan pontja, melyeket összekötő szakasz az alakzaton kívül halad.
szakaszfelező merőleges	A szakasz két végpontjától egyenlő távolságra lévő pontok mértani helye a síkon.
szögfelező	A szög száraitól egyenlő távolságra lévő pontok mértani helye a síkon.
test	Felületek határolják. Három kiterjedése van: hosszúság, szélesség, magasság.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

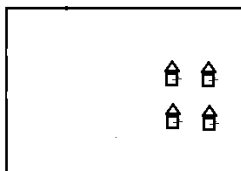
2. számú melléklet

Logikai feladatok (Minden feladat helyes megoldása 5-5 pontot ér.)

1. feladat: Eukleidésztől származó feladat

„Nehéz zsákokkal rakottan, dúsan,
Szamár s öszvér haladnak nagy búsan,
Nyög a szamár, mire a pajtása:
- Talán fáj már uraságod háta?
Én nem nyögök, pedig ha egy zsákot
adnál abból ami nyomja a hátod,
Kétszer annyit, mint te vinnék akkor,
De ha tőlem átvennél egy zsákot,
Egyformán szidhatnók a világot.
Számtudós: Ennyi bánat láttán
Hamar mondd meg:
Hány zsák volt az állatoknak hátán?”

2. feladat: a Törd a fejed érdekes című könyvből

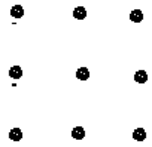


„Négy testvér örökölt egy telket négy kerekcsúttal. Úgy szeretnék egyenlő nagy és egyenlő alakú darabokra felosztani, hogy mind-egyiküknek legyen egy kútja. Hogyan végezték el a felosztást, ha a telek alaprajza az alábbi? „

3. feladat: a Törd a fejed érdekes című könyvből

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

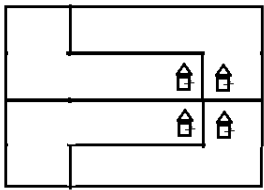
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület



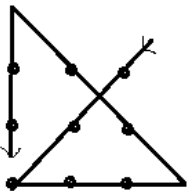
„ A rajzolt 9 ponton keresztül úgy húzzunk négy egyenest, hogy a ceruzát ne emeljük fel a papírról!”

Megoldások:

1. feladat megoldása: Az öszvér 7, a szamár 5 zsákot cipelt.
2. feladat megoldása:



3. feladat megoldása:



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület


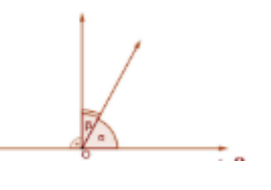
3. számú melléklet

Dominó:

Az európai eredetű dominójáték a 18. századból származik. 28 darab, két egyforma részre osztott lapocskából áll, mindkét felén különböző számú pontok (0-6) kombinációja található. Ennek mintájára készült a következő játékos feladat.

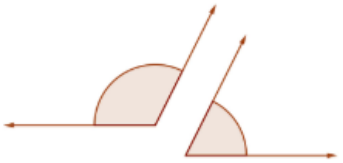
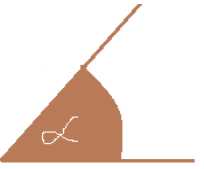
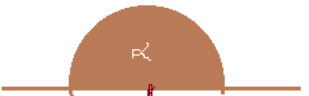
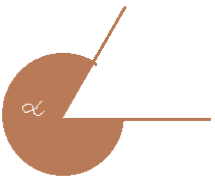
Minden játékos (2-4 személy) kiválaszt az asztalra lefordított lapok közül taláломra három dominót, a megmaradó darabok alkotják a talont. Az első játékos kitesz egy dominót az asztalra, azután a többi játékos egymásután letehet a sor bármelyik végére egy-egy újabb dominót, feltéve, hogy az érintkező lapok szomszédos oldalán a rajznak megfelelő elnevezés található és meg is tudja indokolni a választását. Ha a játékos nem tud a sorhoz csatolni egy újabb elemet a birtokában lévő dominókból, akkor a talonból kell választania egy új darabot magának. Ha akkor sem tud letenni, vagy nem ad megfelelő indoklást, akkor a következő játékoson a sor. Az a játékos nyer, aki a legtöbb dominót teszi le a helyes indoklással. (Pl.: minden így letett dominó 1 pontot ér.) A megállapodás szerint lehetséges a talonból felfordított laphoz kezdeni, vagy a kezdő játékos saját lapjai közül teszi le a tetszése szerintit.


nullszög	
derékszög	

hegyesszög	
tompaszög	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

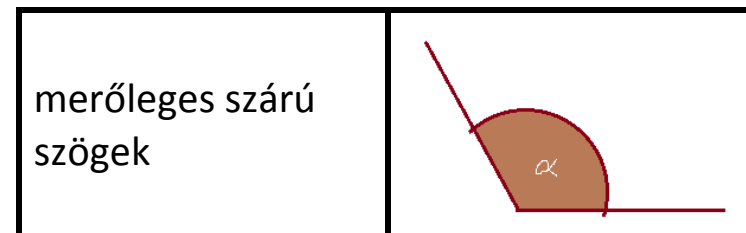
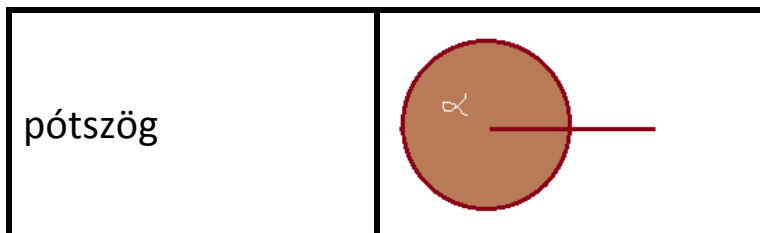
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

egyenesszög	
teljesszög	
váltószögek	
kiegészítő szögek	

homorúsög	
egyállású szögek	
csúcsszögek	
mellékszögek	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026




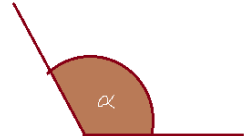
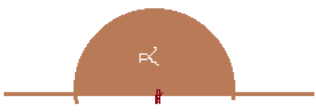

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

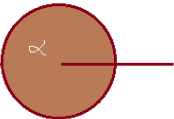
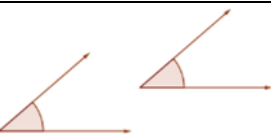


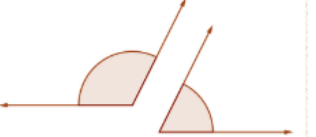
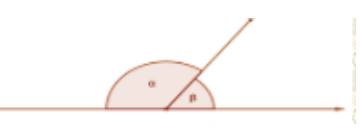

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Megoldások magyarázattal:

nullszög		Pontosan 0° -os szögek.
hegyesszög		0° -nál nagyobb, 90° -nál kisebb szög.
derékszög		Pontosan 90° -os szögek.
tompaszög		90° -nál nagyobb, 180° -nál kisebb szög.
egyenesszög		Pontosan 180° -os szögek.
homorúsög		180° -nál nagyobb, 360° -nál kisebb szög.

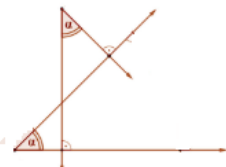
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

teljesszög		Pontosan 360° -os.
egyállású szögek		Ha két szög szárai párhuzamosak és páronként megegyező irányúak, akkor azokat egyállású szögeknek nevezzük. Az egyállású szögek egyenlők.
váltószögek		Ha két szög szárai párhuzamosak és páronként ellentétes irányúak, akkor azokat váltószögeknek mondjuk. A váltószögek egyenlők.
csúcsszögek		Azokat a váltószögeket, amelyeknek szárai, és így csúcspontjai is egy egyenesbe esnek, csúcsszögeknek nevezzük. A csúcsszögek egyenlők.
kiegészítő szögek		Ha két szög szárai párhuzamosak és az egyik szögszáruk egyező, a másik pedig ellentétes irányú, akkor azokat kiegészítő szögeknek mondjuk. Az összegük 180° , azaz egymást 180° -ra egészítik ki.
mellékszögek		Azokat a szögeket, amelyeknek egyik száruk közös, a másik szögszáruk egy egyenesre illeszkedik és ellentétes irányú, mellékszögeknek (társszögeknek) mondjuk. A is kiegészítő szögek, összegük 180°
pótszög		Azokat a szögeket, amelyek összege 90° , pótszögeknek mondjuk. A derékszögű háromszögek hegyesszögei egymás pótszögei.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

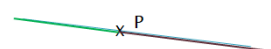
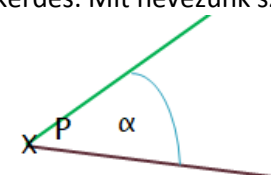
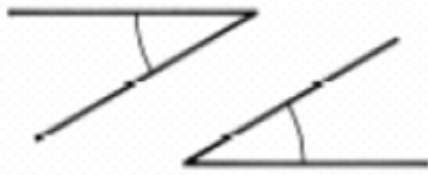

merőleges szárú szögek		<p>A merőleges szárú szögek szárai páronként merőlegesek egymásra. A merőleges szárú szögek vagy egyenlők, vagy 180°-ra egészítik ki egymást. Egyenlők, ha azonos típusúak, azaz ha mindkettő hegyes, vagy mindkettő tompa szögű. Egymást 180°-ra egészítik ki, ha különböző típusúak, azaz egyik hegyes, a másik tompaszög.</p>
------------------------	---	--

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

4. számú melléklet

Otthoni gyakorlásra, önellenőrzésre szánt PowerPoint bemutató diái:

1. dia	2. dia	3. dia
<p>Kérdés: Mit nevezünk félegyenesnek?</p>  <p>Az egyenest egy pontja 2 félegyenesre bontja.</p> <p>Kérdés: Mit nevezünk szögnek?</p>  <p>Egy pontból kiinduló két félegyenes szöget alkot.</p>	<p>Fordított állású szögek</p> <p>Az olyan szögeket, amelyeknek szárai fordított állású félegyenesek, fordított állású szögeknek nevezzük. A fordított állású szögek egyenlők.</p> 	<p>Csúcsszögek</p> <p>Ha a fordított állású szögpár mindkét szára egybeesik, tehát közös a csúcspontjuk, akkor csúcsszögeknek nevezzük őket. A csúcsszögek nagysága egyenlő.</p> 
4. dia	5. dia	6. dia
<p>Egyállású szögek</p> <p>Az olyan szögeket, amelyeknek szárai egyállású félegyenesek, egyállású szögeknek nevezzük. Az egyállású szögek egyenlők.</p>	<p>Váltószögek</p> <p>Ha a fordított állású szögpár egyik szára egybeesik, akkor váltószögeknek nevezzük őket. A váltószögek egyenlő nagyságúak.</p>	<p>Kiegészítő szögek</p> <p>Lehet két szög párhuzamos szárú úgy is, hogy egyik száruk egyállású, a másik pedig fordított állású félegyenes-pár. Ezek a kiegészítő szögek A kiegészítő szögek 180°-ra egészítik ki egymást.</p>

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

<p>7. dia</p>	<p>8. dia</p>	<p>9. dia</p>
<p>Keress szögpárokat az ábrán, és írd be azokat a megfelelő helyre!</p> <p>Csúcsszögek pl.:</p> <p>Egyállású szögek pl.:</p> <p>Kiegészítő szögek pl.:</p> <p>Váltószögek pl.:</p> <p>Fordított állású szögek pl.:</p>	<p>Keress szögpárokat, és határozd meg a megjelölt szögek nagyságát!</p> <p>hútrapéz</p> <p>$\alpha = \dots\dots\dots$ $\beta = \dots\dots\dots$ $\gamma = \dots\dots\dots$</p>	<p>Keress szögpárokat, és határozd meg a megjelölt szögek nagyságát!</p> <p>paralelogramma</p> <p>$\alpha = \dots\dots\dots$ $\beta = \dots\dots\dots$ $\gamma = \dots\dots\dots$</p>

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Óravázlat2 Halmazok

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
15 perc	Előzetes ismeretek felidézése	Tanultak felidézése, tudatosítása, rendszerezése	Készítsetek pókhálóábrát a halmazokkal kapcsolatos ismereteitek alapján	aktív tábla notebook fájl 1. számú melléklet
	A halmazműveletek felidézése, bemutatása	Tudják értelmezni a részhalmaz, unió, metszet, különbség és kiegészítő halmaz fogalmát szemléltetés, magyarázat	Venn-diagram segítségével értelmezzük a halmazműveleteket	aktív tábla notebook fájl 1. számú melléklet
	Párkeresés.	Tulajdonságokról számok felismerése, párok kialakítása	Kártyák az 2. számú mellékletben	kártyák
	Kártyák elhelyezése a táblai Venn-diagramon	Rendszerezés	Az előre csomagolópapírra elkészített halmazábrába helyezték el a párok a náluk lévő számokat	csomagolópapír
	Az adott halmazműveletnek megfelelő számok felsorolása, rögzítése a füzetbe, közös tulajdonság megfogalmazása.	Tudják felsorolni konkrét példák kapcsán: a részhalmaz kiegészítő halmaz, unió, metszet elemeit.	Minden páros húz egy (vagy két) halmazműveletet és az elkészített halmazábráról olvassák le a náluk lévő halmazműveleteknek megfelelő számokat	kártyák
	Halmazba sorolás. Állítások megfogalmazása. Halmazművelet megnevezése	Tulajdonságok felismerése, rendszerezése, halmazba rendezése. Vegyék észre az egyformaságokat és különbségeket. Tudjanak elvonatoztatni. Páros munka	A halmazábrába négyszögek ábráit kell elhelyezni, miután megnevezik a halmazokat. Ellenőrzés után az elkészült ábráról igaz állításokat kell megfogalmazniuk. Feladat és egy lehetséges megoldása a 3. számú mellékletben.	halmazábra, alakzatok
3 perc	Feladatmegoldás	A tanultak alkalmazása	Feladat a halmazok számosságának gyakorlására. Feladat és megoldása a 4. számú mellékletben.	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
10 perc	Készülékek aktiválása Válaszolnak a feltett kérdésekre	A tanultak ismeretének ellenőrzése		aktív tábla, notebook fájl, szavazó szett 1. számú melléklet
2 perc	Ellenőrzés, önértékelés	Pontos fogalom használat	eredmények megjelenítése	aktív tábla, szavazó szett
10 perc	Kapcsolat keresése a halmazok között	Függvény fogalmának megértése.	<p>Két halmaz elemei között kapcsolatot létesíthetünk, úgy, hogy az egyik halmaz elemeihez hozzárendeljük a másik halmaz elemeit. Azt a halmazt, amelynek elemeihez hozzárendelünk, alaphalmaznak nevezzük. A másik halmazt, képhalmaznak nevezzük. Pl.: ha a szabályos sokszögek oldalainak számához hozzárendeljük a belső szögek nagyságát, akkor az oldalak száma az alaphalmaz, a szögek nagysága a képhalmaz. Ez a hozzárendelés egyértelmű, mert minden alaphalmazbeli elemhez egy elemet rendelünk a képhalmazból. Az egyértelmű hozzárendelést függvénynek nevezzük. A függvény megadása többféle módon történhet, de minden esetben meg kell adni az alaphalmazt, a képhalmazt és a hozzárendelési szabályt. Feladat és megoldása a 5. számú mellékletben.</p>	
	Szemléltetés, beszélgetés		Ha az alaphalmaz és a képhalmaz elemei is számok, szám-szám függvényről beszélünk.	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			De lehetnek az alaphalmaz és a képhalmaz elemei a sík vagy a tér pontjai is, ekkor pont-pont függvényekről beszélünk. A pont-pont függvényeket geometriai transzformációknak nevezzük. Egy függvényrajzoló program bemutatása.	
5 perc	Ajánlás	interneten elérhető segédanyagok ajánlása	azaz e úgy, hogy a két halmaz elemei között megfeleltetést létesítünk	aktív tábla, notebook fájl 1. számú melléklet

1. számú melléklet

Notebook fájl

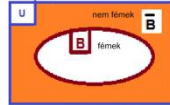
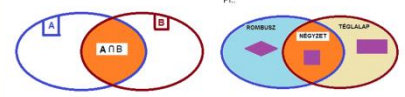

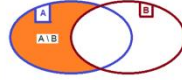

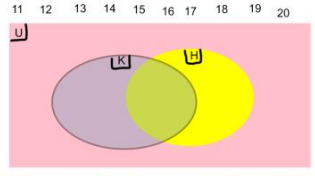


Óra eleji ismétlés, átvezetés pókháló-ábrával



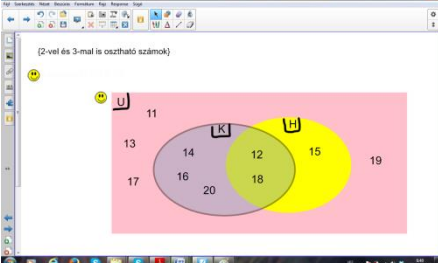
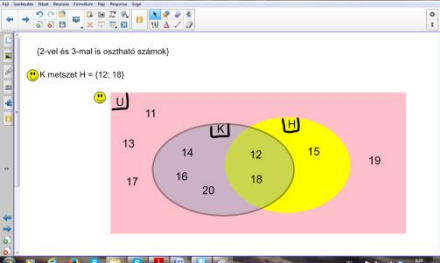
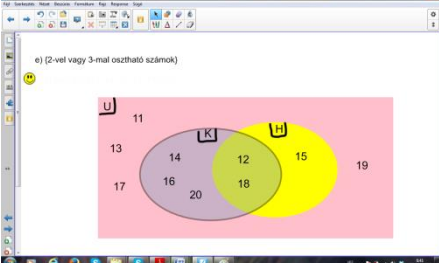
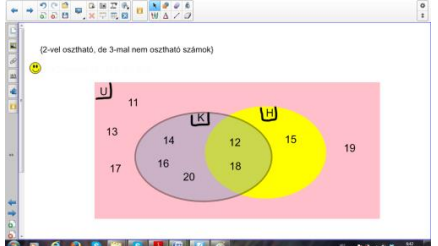
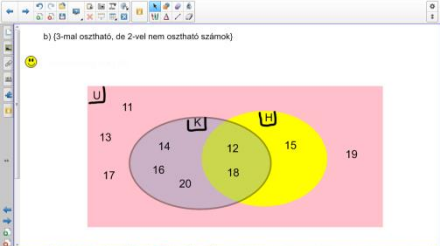
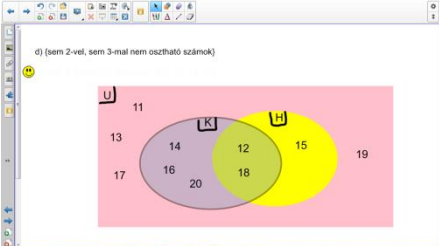
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

<p>Halmazműveletek</p>	<p>Részhalmazok</p> <p>A B halmaz részhalmaza az A halmaznak, mert a B halmaz minden eleme bele tartozik az A halmazba. $B \subset A$</p>  <p>Pl.: nem minden rovar bogár, de minden bogár rovar.</p>	<p>Kiegészítő halmaz</p> <p>A B halmaz kiegészítő halmazának elemei nem tartoznak a B halmazba, de elemei az alaphalmaznak.</p>  <p>Pl.: Ha az alaphalmaz a periódusos rendszer elemeinek halmaza, a B halmazba a fémek tartoznak, akkor a B kiegészítő halmazának elemei a nem fémek.</p>	<p>Metszet</p> <p>Két halmaz metszetét az A és B halmazok közös elemei alkotják. Jele: $A \cap B$.</p>  <p>Pl.: KÖRÖZÉS MÉZYEZET TÉSZAALAP</p>
	<p>Unió</p> <p>Két halmaz egyesítésével egy olyan halmaz keletkezik, mely tartalmazza az összes elemet, ami vagy az egyik, vagy a másik halmazba beletartozik.</p>  <p>Pl.: Ha az A halmaz a szénét tartalmazó vegyjületek halmaza, a B halmaz elemei az oxigént tartalmazó vegyjületek, akkor az A unió B halmaz elemei mindazok a vegyjületek, amelyek szén vagy oxigén atomot tartalmaznak.</p>	<p>Különbség</p> <p>Az A és B halmaz különbség-halmazát ($A \setminus B$) az A halmaznak azok az elemei alkotják, amelyek nem elemei B-nek.</p>  <p>Pl.: Ha az A halmaz Anna barátjainak halmaza, a B halmaz elemei Beáa barátjai, akkor az A különbség B halmaz elemei Annának igen, de Beának nem barátjai.</p>	<p>Műveletek halmazokkal Belga-Halmazok</p> <ul style="list-style-type: none"> ★ Részhalmaz ★ Kiegészítő halmaz ★ Unió ★ Metszet ★ Különbség 
<p>Feladat: halmazba sorolás</p>	<p>U = {10-nél nagyobb, 20-nál nem nagyobb természetes számok}</p> <p>K = {2-vel osztható számok}</p> <p>H = {3-mal osztható számok}</p> 		





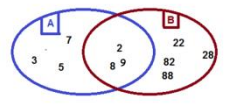
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

<p>Feladat: halmazművelet megnevezése tulajdonság alapján</p>			
			
<p>a tanultak elsajátításának ellenőrzése szavazó szettel</p>	<p>1 A halmazokat megadhatjuk:</p> <ul style="list-style-type: none"> - az elemeire jellemző tulajdonsággal, ami csak a halmaz elemeire igaz - elemek felsorolásával <p>Igaz Hamis</p>	<p>2 A halmaz elemeit kapcsos zárójelek { .. } közé írjuk.</p> <p>Igaz Hamis</p>	<p>3 Halmazt alkotnak-e?</p> <p>A = {íkes igék}</p> <p>Igen Nem</p>

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

	<p>Halmazt alkotnak-e?</p> <p>4 $B = \{a \text{ világ legjobb énekesei}\}$</p> <p>Igen Nem</p>	<p>Halmazt alkotnak-e?</p> <p>5 $C = \{24 \text{ osztói}\}$</p> <p>Igen Nem</p>	<p>6 Halmazt alkotnak-e?</p> <p>$D = \{\text{osztályunk tehetséges tanulói}\}$</p> <p>Igen Nem</p>
	<p>7 Válaszd ki az ábrák közül azt, amelyiken az A és B halmaz metszetét jelöltem sárga színnel!</p> <p>A  B </p> <p>C  D </p>	<p>8 Igaz-e, hogy az A különbség B halmaz számossága 2?</p> <p>Igaz</p> <p>Hamis</p> 	
<p>Ajánlás</p>	<p>http://www.altsuli.hu</p> <p>http://realika.educatio.hu</p>		

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

2. számú melléklet

A legkisebb természetes szám.	0	Háromezer-kilencszáznegyvenöt legnagyobb alakú értékű számjegye	9
A 2 harmadik hatványa.	8	17 abszolút értéke.	17
Az a legkisebb kétjegyű természetes szám, amely 3-mal osztható	12	1 negyed rész ennyi százalék	25

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Az a legkisebb páratlan szám, amelynek abszolút értéke önmaga	1	A -3 ellentettje.	3
Ennyi darab két tucat	24	42 heted része	6

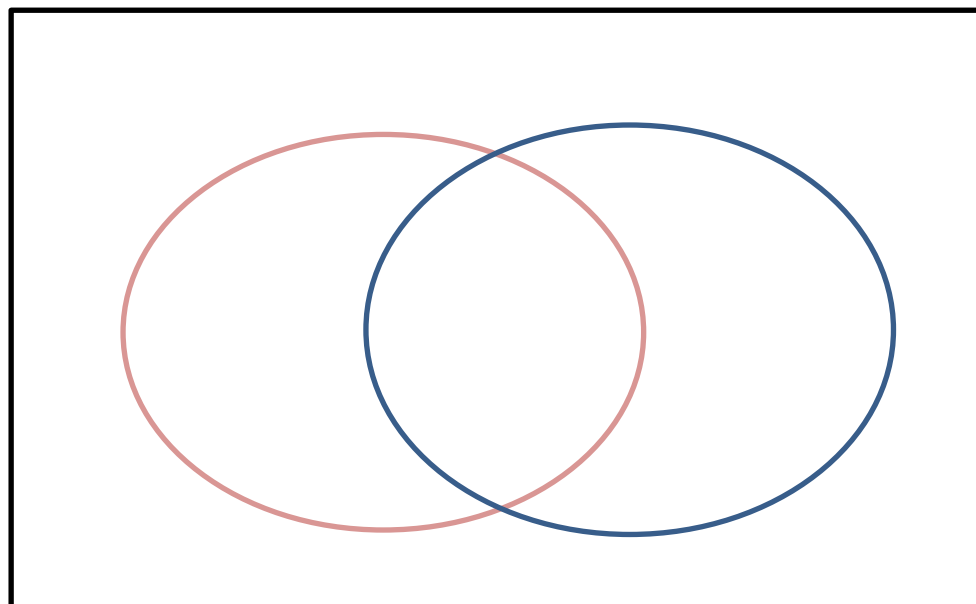
A UNIO B	A METSZET B	A KIEGÉSZÍTŐ HALMAZA	B KIEGÉSZÍTŐ HALMAZA
-----------------	--------------------	-----------------------------	-----------------------------

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

A KÜLÖNBSÉG B	B KÜLÖNBSÉG A		
----------------------	----------------------	--	--







3. számú melléklet
Halmazábra:



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

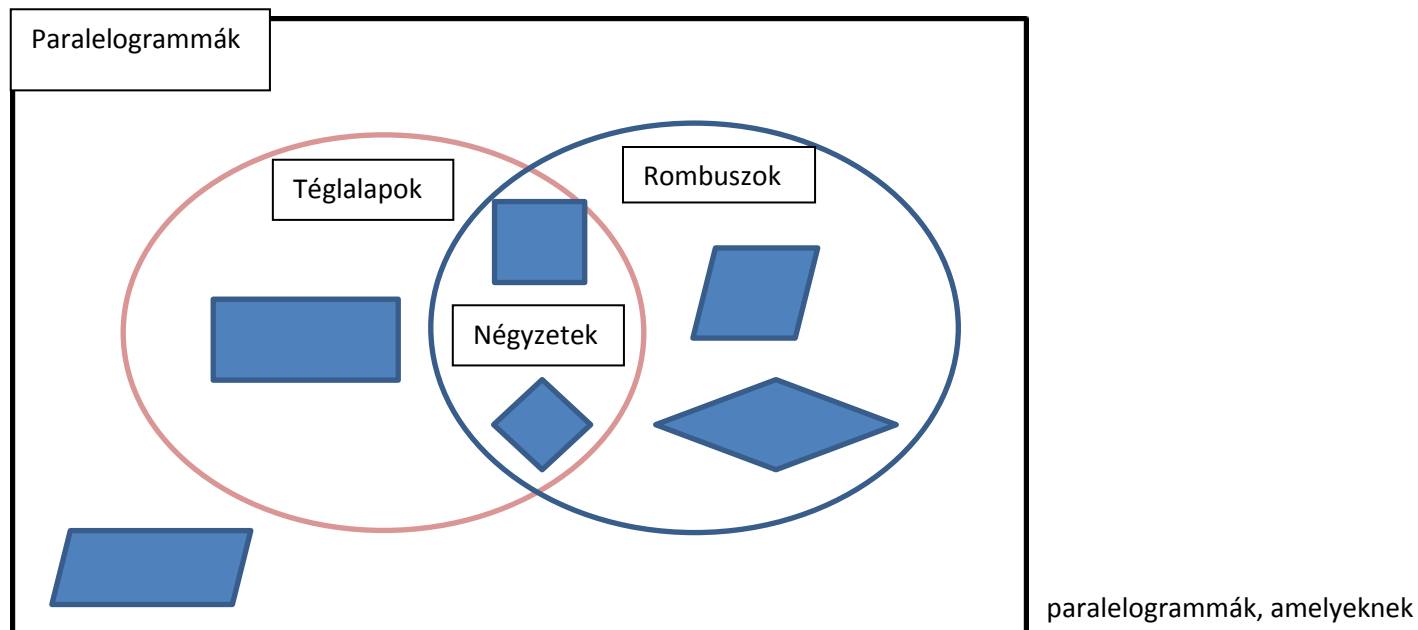
Kártyák, amelyeket el kell helyezni a megfelelő helyre:

Paralelogrammák	Téglalapok	Rombuszok	Négyzetek	
				

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Megoldás:



Lehetséges állítások:

Téglalapok olyan

minden szöge egyenlő.

Téglalapok halmaza részhalmaza a paralelogrammák halmazának, ezért minden téglalap paralelogramma, de nem minden paralelogramma téglalap.

Ha egy téglalagnak minden szöge egyenlő, akkor négyzet.

Van olyan téglalap, amelyik négyzet.

A téglalapok és rombuszok halmazának metszete nem üres halmaz.

A téglalapok kiegészítő halmazába kerülnek a azok az alakzatok, amelyeknek nem mind a négy szöge derékszög.

A téglalapok és rombuszok halmazának metszetébe kerülnek azok a négyszögek, amelyeknek oldalai és szögeik páronként egyenlők.

stb.

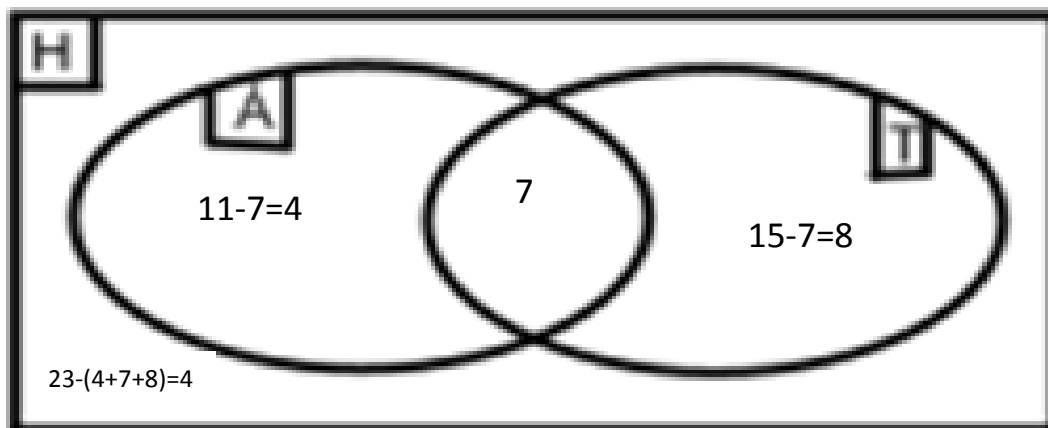
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

4. számú melléklet

Feladat: Egy rejtvényűségban egymás mellett két, szinte azonos rajz található, amelyek között 23 apró eltérés van. Ezek megtalálása a feladat. Először Ádám és Tamás nézték meg figyelmesen az ábrákat: Ádám 11, Tamás 15 eltérést talált, de csak 7 olyan volt, amelyet mindketten észrevettek. Hány olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre?

Megoldás: 4olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre.



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

5. számú mellékletben.

Alaphalmaz: a négyzetek oldalának hosszúsága, a képhalmaz: a négyzetek kerülete

Az alaphalmaz elemei (x): 1; 2; 3; 4; 5. A képhalmaz elemei (y): 4; 8; 12; 16; 20.

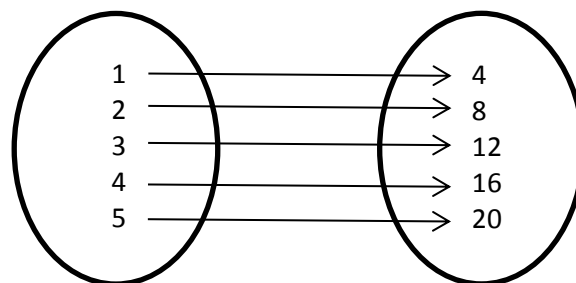
- Add meg a hozzárendelés szabályát matematikai jelekkel!
- Készíts táblázatot az összetartozó értékekkel!
- Ábrázold Venn-diagramon!
- Ábrázold koordináta rendszerben!

Megoldás:

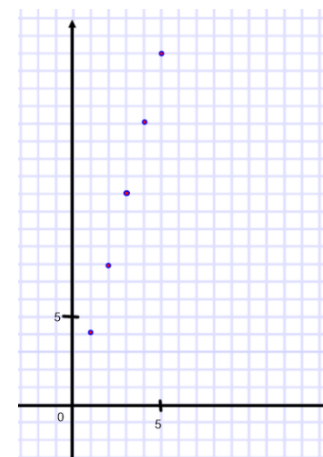
- A hozzárendelés szabálya: $x \rightarrow 4x$ vagy $y = 4x$
- Táblázattal:

x	1	2	3	4	5
y	4	8	12	16	20

c) Venn-diagramon



d) koordináta rendszerben



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
5 perc	A tanult ismeretek felelevenítése	A tananyaghoz szükséges ismeretek felelevenítése, esetleges hiányosságok pótlása. Irányított beszélgetéssel.	koordináta rendszer, koordináták, pontok ábrázolása, halmazok, függvény	
15 perc	Pontok ábrázolása a koordináta rendszerben. Pontok összekötése.	szemléltetés, megbeszélés	A megadott pontok helyes ábrázolása, helyes alakzat. Feladatlap és megoldása az 1. számú mellékletben	feladatlap, színes ceruzák, aktív tábla a megoldás bemutatásához
	Geometriai transzformáció ismerkedés a pont-pont függvényekkel.	Absztrakciós képesség fejlesztése. Összefüggések matematikai megfogalmazása, általánosítások. A feladat önálló megoldása után beszélgetéssel.	Az 1. számú melléklet ábráinak megbeszélése, következtetések levonása. Geometriai transzformáció, mint függvény (egyértelmű hozzárendelés). Geometriai transzformációknak nevezzük azokat a függvényeket, amelyeknek az értelmezési tartománya és értékkészlete is ponthalmaz. Ha a transzformáció az A ponthoz az A' pontot rendeli, akkor az A' pontot az A pont képeként nevezzük. Pontpárok megkeresése.	
			Az előző ábrák alapján gyűjtsük össze a hozzárendelések tulajdonságait! Egy geometriai transzformáció: <ul style="list-style-type: none"> • szimmetrikus, ha a P pont képe P' és P' képe P • távolságtartó, ha bármely szakasz képe vele azonos hosszúságú szakasz. • aránytartó, ha két szakasz hosszának aránya egyenlő a képszakaszok hosszának arányával. 	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			<ul style="list-style-type: none"> • szögtartó, ha bármely szög képe vele azonos nagyságú szög. • irányítástartó, ha bármely síkidom és a képe a körüljárása azonos. • irányításváltó, ha bármely síkidom és a képe a körüljárása ellentétes. <p>Vizsgáljuk meg az ábrákat és méréssel igazoljátok, hogy a felsoroltak közül mely tulajdonságok teljesülnek!</p>	
17 perc	Pont hozzárendelése ponthoz adott szabály alapján	Konkretizálás. Pont hozzárendelése ponthoz adott szabály alapján. A feladat önálló megoldása után beszélgetéssel.	Most fordítsuk meg a feladatot. A táblázatban megadtam a pontokat és a hozzárendelés szabályát. Kitaláljátok, hogy melyik geometriai transzformációka fogják szemléltetni a kapott ábrák? 2. számú melléklet.	
	Egybevágósági transzformációk fogalma, ábrázolása koordináta rendszerben.	Absztrakciós képesség fejlesztése. Összefüggések matematikai megfogalmazása, általánosítások	Az előzőekben szemléltetett geometriai transzformációk egyben egybevágósági transzformációk is voltak, mert bármely szakasz képe ugyanolyan hosszú szakasz lesz. (Ezért távolságtartó transzformációnak is nevezhetjük az egybevágósági transzformációkat.) Egybevágósági transzformációk: tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, eltolás.	
	Alakzatok egybevágóságának felismerése.	Absztrakciós képesség fejlesztése	Két alakzatot egybevágónak nevezünk, ha van olyan távolságtartó (egybevágósági)	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			transzformáció, amellyel az egyik alakzatot a másikba vihetjük át.	
	A középpontos hasonlóság fogalma	Fogalom kialakítása. Az eddigi tapasztalatok és „találják ki” és igazolják a hozzárendelés szabályát és a transzformáció tulajdonságait! Kooperatív csoport munka	Természetesen nem minden geometriai transzformáció egybevágósági transzformáció. Ismerkedjünk meg a középpontos hasonlósággal! Feladat és megoldása a 3. számú mellékletben.	
8 perc	A középpontos hasonlóság tulajdonságai		A középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai: <ul style="list-style-type: none"> • aránytartó: két szakasz hosszának aránya egyenlő a képszakaszok hosszának arányával. • szögtartó, ha bármely szög képe vele azonos nagyságú szög. • irányítástartó, ha bármely síkidom és a képének a körüljárása azonos. • középpontján áthaladó egyenes képe önmaga • középpontján át nem haladó egyenes képe az eredeti egyenessel párhuzamos egyenes. Vizsgáljuk meg az ábránkat és (ha szükséges) méréssel igazoljátok a felsorolt tulajdonságok teljesülését!	
5 perc	Értékelés		Hogy érezted magad a foglalkozáson? Milyen új ismereteket tanultál? Mennyire vagy elégedett saját munkáddal?	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
	Továbbgondolás	Otthoni gyakorlás, ismétlés.	Találjatok ki érdekes, a koordináta rendszerben ábrázolható ábrákat és pontjaihoz fogalmazzatok meg hozzárendelési szabályt! Pl.: zsiráf mama a fiával	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

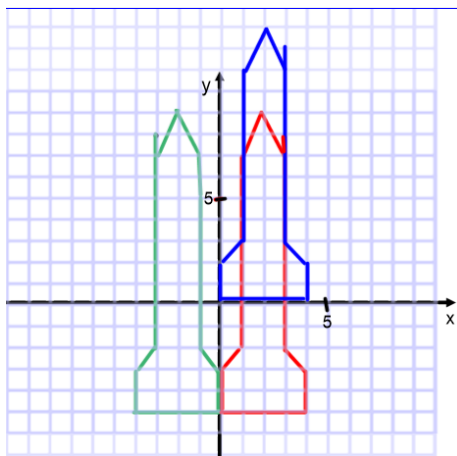
1. számú melléklet

Ábrázold a koordináta rendszerben a megadott pontokat! Kösd össze a megadásuk sorrendjében a megadott színnel az egymásután következő pontokat! Mi jut eszedbe a kapott ábrákról?

	a	b		c
A	(-3; 8)	(3; 8)		(3; 12)
B	(-3; -2)	(3; -2)		(3; 2)
C	(-4; -3)	(4; -3)		(4; 1)
D	(-4; -5)	(4; -5)		(4; -9)
E	(0; -5)	(0; -5)		(0; -1)
G	(0; -3)	(0; -3)		(0; 1)
H	(-1; -2)	(1; -2)		(1; 2)
I	(-1; 7)	(1; 7)		(1; 11)
J	(-2; 9)	(2; 9)		(2; 13)
K	(-3; 7)	(3; 7)		(3; 11)

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület



Megoldás: Az ábrák a geometriai transzformációkat szemléltetik. A különböző színű pontokat kölcsönösen egyértelmű hozzárendeléssel megfeleltethetjük egymásnak. Így több egybevágósági transzformációt is felfedezhetünk. Pl.: a kék és piros rakétáknál az eltolást, a piros és zöld rakéták esetén a tengelyes tükrözést figyelhetjük meg.

~~Figyeltessük meg azt is, hogy minden síkbeli egybevágósági transzformáció előállítható legfeljebb három tengelyes tükrözés egymás utáni alkalmazásával!~~

Egybevágósági (távolságtartó) transzformációknak azokat a geometriai transzformációkat nevezzük, amelyeknél bármely két pont távolsága egyenlő a pontok képeinek távolságával.

3. A legnevezetesebb egybevágósági transzformációk:

2. számú melléklet:

1. Feladat: Ábrázold koordináta rendszerben a táblázatokban lévő pontokat, majd kösd össze őket a megadásuk sorrendjében! Az új oszlopba írt számok új vonalat jelentenek.

Töltsd ki a 2. táblázat hiányzó oszlopait a megadott szabály alapján, ábrázold a képpontokat, majd kösd össze őket! Használhatsz az előzőtől különböző színt. Mindkét esetben dolgozz ugyanabban a koordináta rendszerben!

Melyik geometriai transzformációra ismersz rá? Válaszodat ellenőrizd! Adj címet a képnek!

1/a. feladat

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1. táblázat

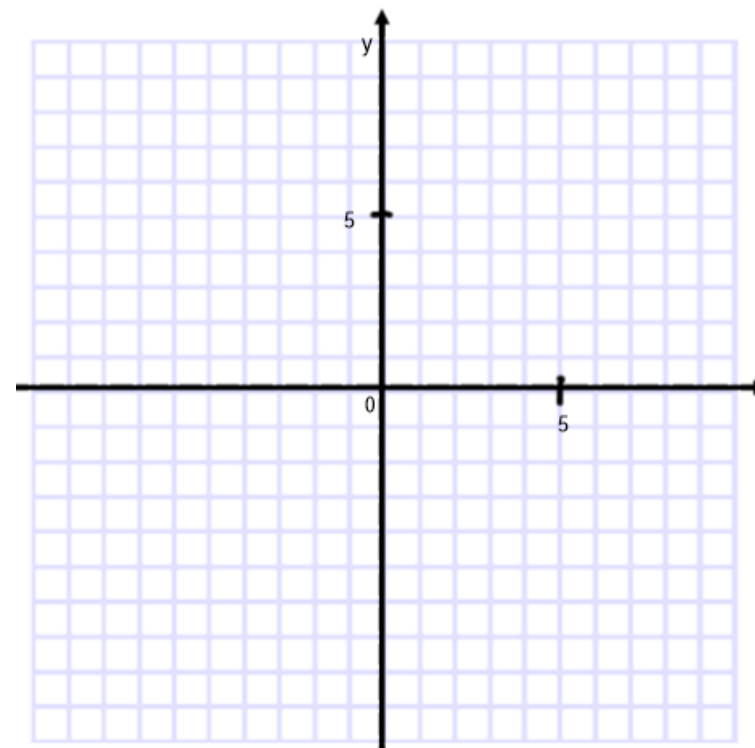
pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A	(1; 5)	F	(3; 0)	I	(5; 0)
B	(2; 6)	G	(4; 2)	J	(6; 2)
C	(4; 2)	H	(4; 0)	K	(6; 0)
D	(6; 2)				
E	(7; 3)				

A hozzárendelés szabálya:

Az első (x) koordináta változatlan marad,
a második (y) koordináta ellentettjére változik.

2. táblázat

pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A'		F'		I'	
B'		G'		J'	
C'		H'		K'	
D'					
E'					



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

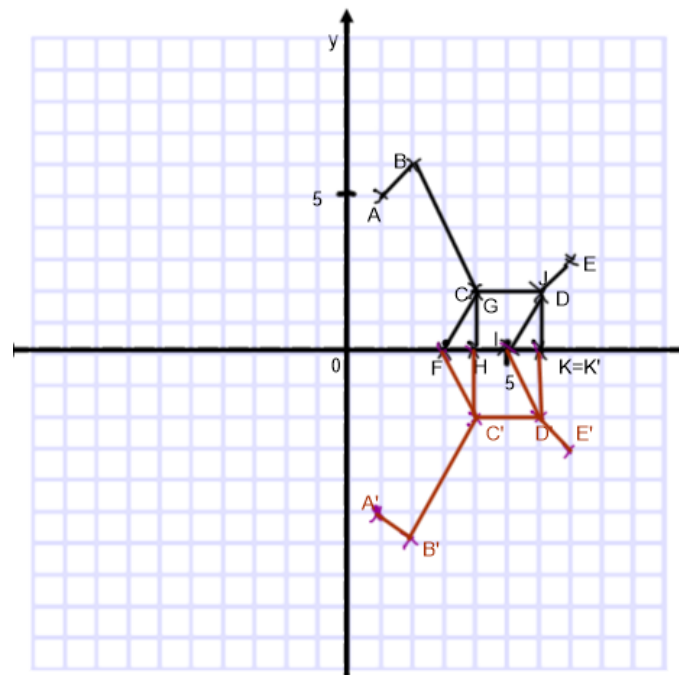
Megoldás:

pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A'	(1;- 5)	F'	(3; 0)	I'	(5; 0)
B'	(2;-6)	G'	(4; -2)	J'	(6; -2)
C'	(4; -2)	H'	(4; 0)	K'	(6; 0)
D'	(6;-2)				
E'	(7;-3)				

A geometriai transzformáció neve: tengelyes tükrözés

A tükörtengely az x tengely.

A kép címe lehet pl.: Zsiráf a vízparton.



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

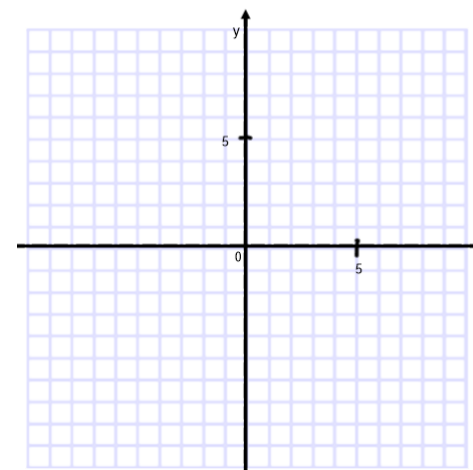
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1/b. feladat

1. táblázat

2. táblázat

pont	koordináták	pont	koordináták
A	(2; 1)	A'	
B	(2; 4)	B'	
C	(3; 5)	C'	
D	(4; 4)	D'	
E	(4; 1)	E'	



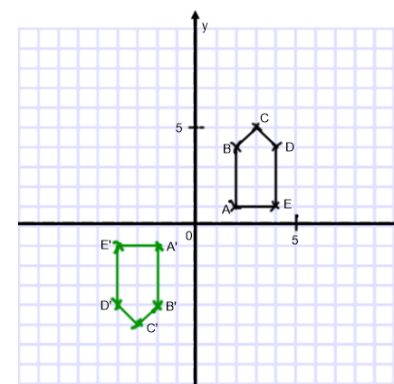
A pontok összekötése után rajzold be az AE, illetve A'E' szakaszt is!
 A hozzárendelés szabálya: mindkét koordináta ellentettjére változik.

Megoldás:

2. táblázat

2. táblázat

pont	koordináták	pont	koordináták
A	(2; 1)	A'	(-2; -1)
B	(2; 4)	B'	(-2; -4)
C	(3; 5)	C'	(-3; -5)
D	(4; 4)	D'	(-4; -4)
E	(4; 1)	E'	(-4; -1)



A geometriai transzformáció neve: középpontos tükrözés.

A tükrözés középpontja az origó. Helyettesíthető két egymás utáni tengelyes tükrözéssel: először az x tengelyre, majd az y tengelyre tükröznünk.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1/c. feladat

1. táblázat

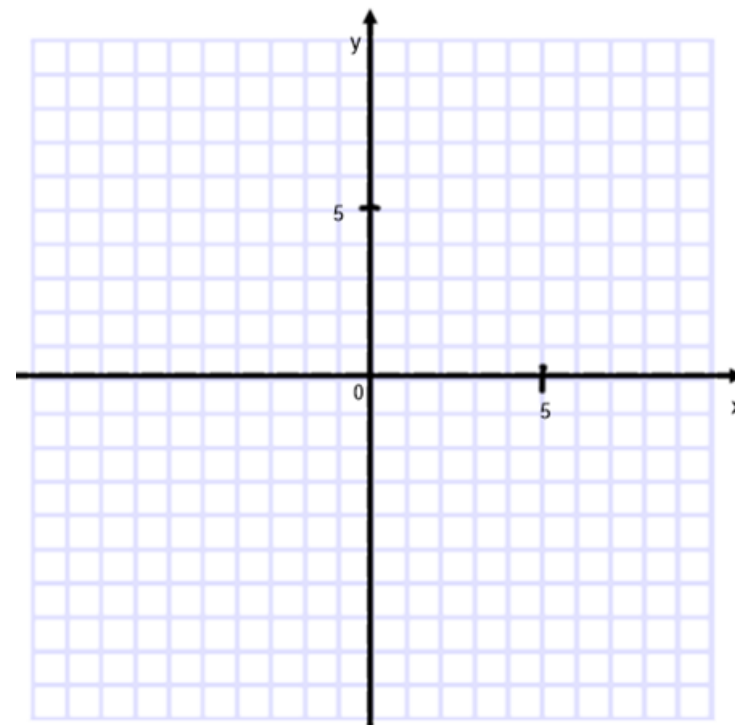
pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A	(-2; 0)	B	(-3; 2)	I	(-2; 3)
B	(-3; 2)	D	(-3; 4)	J	(-3; 4)
C	(-4; 0)	E	(-2; 5)	K	(-4; 3)
		F	(-3; 6)		
		G	(-4; 5)		
		H	(-3; 4)		

A hozzárendelés szabálya:

Az első (x) koordinátát 5-tel megnöveljük,
a második (y) koordináta változatlan marad.

2. táblázat

pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A'		B'		I'	
B'		D'		J'	
C'		É'		K'	
		F'			
		G'			
		H'			



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Megoldás:

1. táblázat

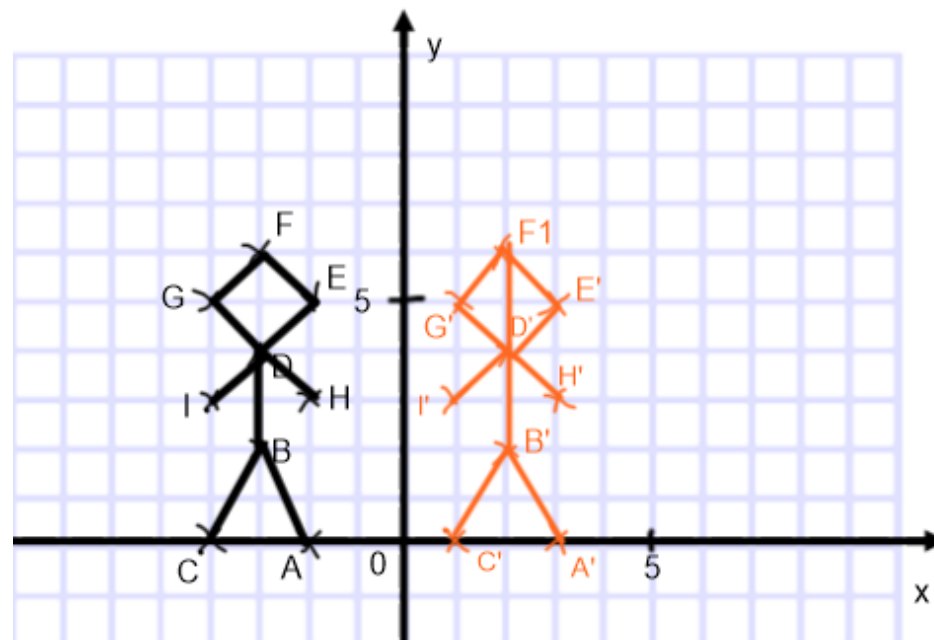
pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A	(-2; 0)	B	(-3; 2)	I	(-2; 3)
B	(-3; 2)	D	(-3; 4)	J	(-3; 4)
C	(-4; 0)	E	(-2; 5)	K	(-4; 3)
		F	(-3; 6)		
		G	(-4; 5)		
		H	(-3; 4)		

A hozzárendelés szabálya:

Az első (x) koordinátát 5-tel megnöveljük,
 a második (y) koordináta változatlan marad.

2. táblázat

pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A'	(3; 0)	B'	(2; 2)	I'	(3; 3)
B'	(2; 2)	D'	(2; 4)	J'	(2; 4)
C'	(1; 0)	E'	(3; 5)	K'	(1; 3)
		F'	(2; 6)		
		G'	(1; 5)		
		H'	(2; 4)		



A geometriai transzformáció neve: eltolás

Az eltolás vektorának hossza 5 egység, iránya párhuzamos az x tengellyel balról jobbra halad.

A kép címe lehet pl.: Sétáló emberke.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

3. számú melléklet:

Feladat: Ábrázold koordináta rendszerben a táblázatban lévő pontokat, majd kösd össze őket a megadásuk sorrendjében! Töltsd ki a 2. és 3. táblázat hiányzó oszlopait a megadott szabályok alapján, ábrázold a képpontokat ugyanabban a koordináta rendszerben, majd kösd össze őket!

Használhatsz az különböző színeket.

Melyik geometriai transzformációra ismersz rá? Válaszodat ellenőrizd! A kész ábra egy képrejtvény. Meg tudod fejtetni?

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

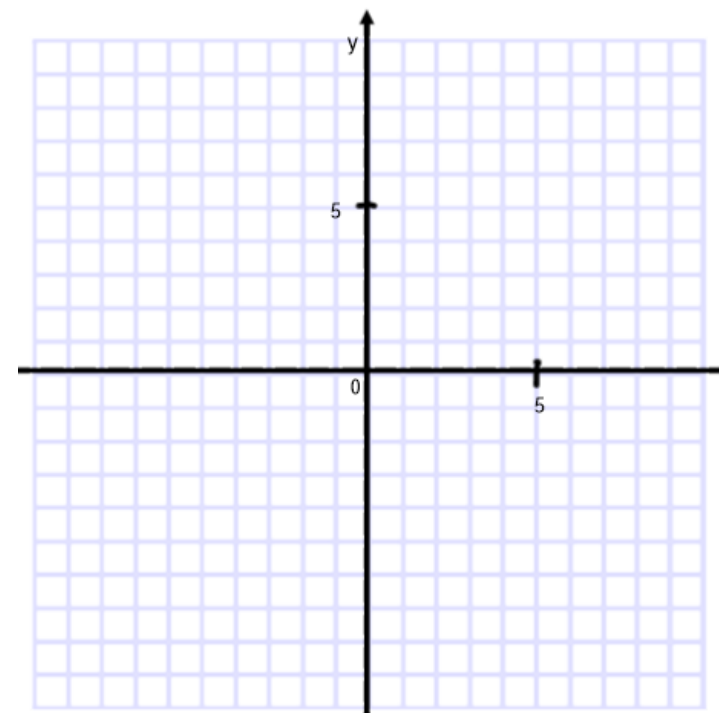
1. táblázat

2. táblázat

3. táblázat

pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A	(2; -1)	A'		A''	
B	(2; 1)	B'		B''	
C	(3; 1)	C'		C''	
D	(3; 0)	D'		D''	
E	(2; 0)	E'		E''	
F	(3; -1)	F'		F''	

A hozzárendelés szabálya: mindkét koordináta kétszeresére, majd négyszeresére változik.

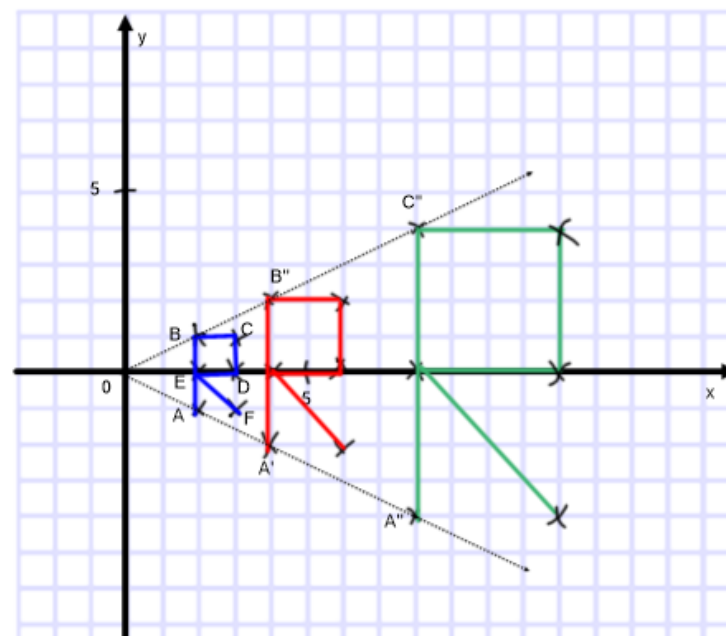


EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Megoldás:

pont	koordináták	pont	koordináták	pont	koordináták
A	(2; -1)	A'	(4; -2)	A''	(8; -4)
B	(2; 1)	B'	(4; 2)	B''	(8; 4)
C	(3; 1)	C'	(6; 2)	C''	(12; 4)
D	(3; 0)	D'	(6; 0)	D''	(12; 0)
E	(2; 0)	E'	(4; 0)	E''	(8; 0)
F	(3; -1)	F'	(6; -2)	F''	(12; -4)



A geometriai transzformáció neve: középpontos hasonlóság (nagyítás).

A középpontos hasonlóság középpontja az origó.

A hasonlóság aránya $\lambda=2$, majd $\lambda=4$ volt. (Jelölhetjük így is: $k=2$, $k=4$)

Képrejtvény: Az ábrán egyre nagyobb R betűk láthatók, vagyis az „er” nő.

A megfejtés egy férfinév: Ernő.

Óravázlat Tengelyes tükrözés

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
5 perc	A bemutató segítségével felidézzük a tengelyes tükrözésről tanultakat.	szemléltetés, megbeszélés csoport	A tengelyes tükrözés értelmezése, tulajdonságai	aktív tábla, interaktív tananyag, internet, PPT 3. számú melléklet
2 perc	Koordináta rendszer megrajzolása. Pontok ábrázolása a koordináta rendszerben. Pontok összekötése.	Figyeljék meg konkrét példákon, majd ezek után tudják általánosítani a tapasztaltakat.	A megadott pontok helyes ábrázolása, helyes alakzat.	aktív tábla, interaktív tananyag, internet
5 perc	A csoporttagok lejegyzik gondolataikat külön-külön, utána ellenőrzik és a közös vélemény kerül középbe.	kooperatív ablak módszer	A tengelyes tükrözés tulajdonságainak összegyűjtése, igazolása mérésrel az előző feladat alapján, általánosítás.	nyomtatott lap az ablak módszerhez, vonalzó, körző
3 perc	Szerkesztések előkészítése		Szakaszfelező merőleges szerkesztésének felelevenítése Feladat és megoldása az 1. számú mellékletben.	Feladatlap, vonalzó, körző
5 perc	Pont tengelyes tükröképének megszerkesztése	Pontos munkavégzés, figyelem fejlesztése, azonosságok és különbségek észrevétele. Egyéni munka.	A tengelyes tükrözésnél adott a síkban egy egyenes, ez a tükrözés tengelye. Az adott egyenesre (t) vonatkozó tengelyes tükrözésnél minden a t egyenesre illeszkedő pont képe önmaga. Ha egy A pontból merőlegest bocsátunk a t egyenesre, majd a t egyenes és az A pont távolságát felmérjük a merőleges t-n túli meghosszabbításra, megkapjuk az A pont t tengelyre vonatkozó tükröképét.	körző, vonalzó, aktív tábla PPT 3. számú melléklet

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
5 perc	Egyenes tengelyes tükörképének megszerkesztése		Egy egyenest két pontja egyértelműen meghatározza. Ezért az egyenes két pontjának tükörképét összekötve az egyenes tükörképét kapjuk. Ha az egyenes párhuzamos a tengellyel, akkor a képe is párhuzamos lesz vele. Ha az egyenes és a tengely metszi egymást, akkor az egyenes képe is ugyanabban a pontban metszi a tengelyt.	animáció PPT 3. számú melléklet
	Szakasz tengelyes tükörképének megszerkesztése	Pontos munkavégzés	A szakasz két végpontját tükrözzük a tengelyre, majd a képpontokat összekötjük.	körző, vonalzó PPT 3. számú melléklet
5 perc	Háromszög tengelyes tükörképének megszerkesztése	Általánosítás. Pontos munkavégzés Szemléltetés, tapasztalatgyűjtés	A háromszög csúcspontjait tükrözzük a tengelyre és a képpontokat összekötve kapjuk a háromszög tükörképét. Végezzék el a szerkesztést úgy is, hogy a tükörtengely áthalad a háromszögön. Méréssel bizonyosodnak meg a két alakzat egybevágóságáról.	körző, vonalzó, szögmérő
5 perc	Tükörtengely megszerkesztése	A tanultak alkalmazása	Adott a pont és a tükörképe. Szerkesztjük meg a tükörtengelyt! Összekötjük a pont és a tükörképpel és megszerkesztjük az így kapott szakasz szakaszfelező merőlegesét.	körző, vonalzó
			Szerkeszd meg a tükörtengelyt!	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			Feladatlap 2. számú melléklet	
5 perc	Játék	Motiváció erősítése	<p>1. Feladat: Kartonpapírból 5 cm széles csíkokat vágunk, amit a csoport tagjainak egyszerre a bal kezükkel a homlokukhoz kell szorítani és jobb kezükkel szemüket becsukva gyorsan (gondolkodás nélkül) felírni a nevüket a papírra. Biztosan lesz közöttük olyan, aki tükörírással fogja felírni a nevét.</p> <p>2. Feladat: Írják le egymás nevét, most már tudatosan tükörírással.</p> <p>3. Feladat: Próbáljátok meg bal lábátokat és bal kezeteiket egyszerre, de ellenkező irányba mozgatni. Kezetekkel az óramutató járásával ellenkező, lábatokkal az óramutató járásával megegyező köröket leírni.</p>	
5 perc	Javaslat otthoni munkára	Ismétlés	Keressetek példát természeti vagy műalkotásokról készült fotókon a tengelyes szimmetriára	
	Értékelés	Ön és társértékelés fejlesztése	A szerkesztések bemutatása egymásnak. Miért szép?	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1. számú melléklet

Feladat: Jóska és Pisti egy utcában laknak az erdő szélén. Elhatározzák, hogy közös rejtekhelyet építenek egy fa ágai közé. Úgy szeretnék kiválasztani a fát, hogy mindkettőjük házatól ugyanolyan távol legyen. Segíts nekik! Jelöld be a térképen, hogy melyik fa jöhet szóba!

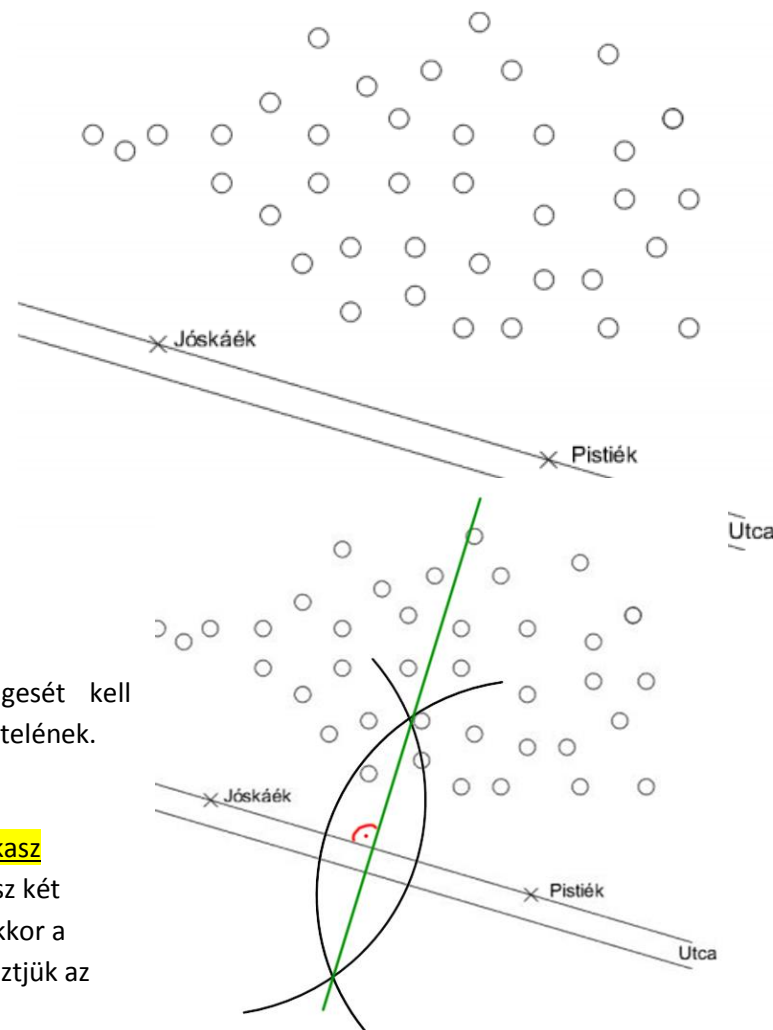
(Forrás: <http://www.kooperativ.hu/matematika>)

Ha sikerült az előző feladatokat megoldanod, akkor biztosan ki tudod egészíteni a következő mondatokat.

Egy szakasznak szimmetriatengelye van. Az egyik a szakasz egyenesre, a másik a A szakaszfelező merőleges minden pontja távol van a szakasz két végpontjától. Ha egy egyenesre egy megadott pontjába merőlegest kell szerkeszteni, akkor a megadott ponttól távolságra kijelölünk az egyenesen két pontot, és megszerkesztjük az általuk meghatározott szakasz-ét.

Megoldás: A két X-szel jelölt ház által meghatározott szakaszfelező merőlegesét kell megszerkeszteni, és amelyik fákon áthalad az egyenes, azok megfelelnek a feladat feltételének.

Egy szakasznak **két** szimmetriatengelye van. Az egyik a szakasz egyenesre, a másik a **szakasz felezőmerőlegese**. A szakaszfelező merőleges minden pontja **egyenlő** távol van a szakasz két végpontjától. Ha egy egyenesre egy megadott pontjába merőlegest kell szerkeszteni, akkor a megadott ponttól **azonos** távolságra kijelölünk az egyenesen két pontot, és megszerkesztjük az általuk meghatározott szakasz **felező merőlegesét**.



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

2. számú melléklet:

Feladat: Az eredeti négyszögből tükrözéssel kaptam a mellette lévő négyszöget, de nem mindegyik pont és szakasz tükörképét rajzoltam be. Nevezd el a csúcsokat! Szerkeszd meg a tükör tengelyt! Jelöld be a hiányzó csúcsokat, szakaszokat!

Mennyi a tükrözéssel kapott négyszög területe, ha az egység az eredeti négyszög területe?

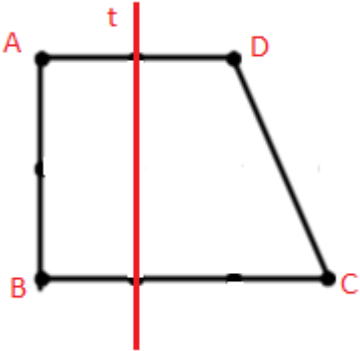
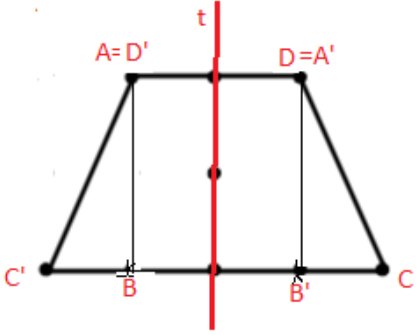
Eredeti sokszög	Tengelyes tükrözéssel kapott sokszög	
		$T =$

Megoldás:

Eredeti sokszög	Tengelyes tükrözéssel kapott sokszög	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

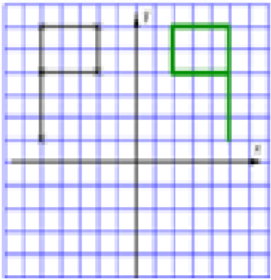
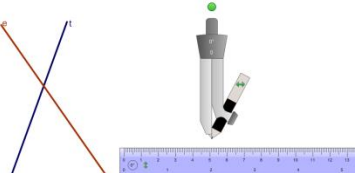
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

 <p>A trapezoid with vertices labeled A (top-left), B (bottom-left), C (bottom-right), and D (top-right). A vertical red line labeled 't' passes through the trapezoid, intersecting the top side AD and the bottom side BC.</p>	 <p>A trapezoid with vertices labeled A=D' (top-left), D=A' (top-right), C' (bottom-left), and C (bottom-right). A vertical red line labeled 't' passes through the trapezoid, intersecting the top side A'D' and the bottom side C'B'. Two vertical lines are drawn from A=D' to B and from D=A' to B', forming a central rectangle and two triangles on either side.</p>	<p>$T = 6/5$ területesség</p>
---	--	--

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

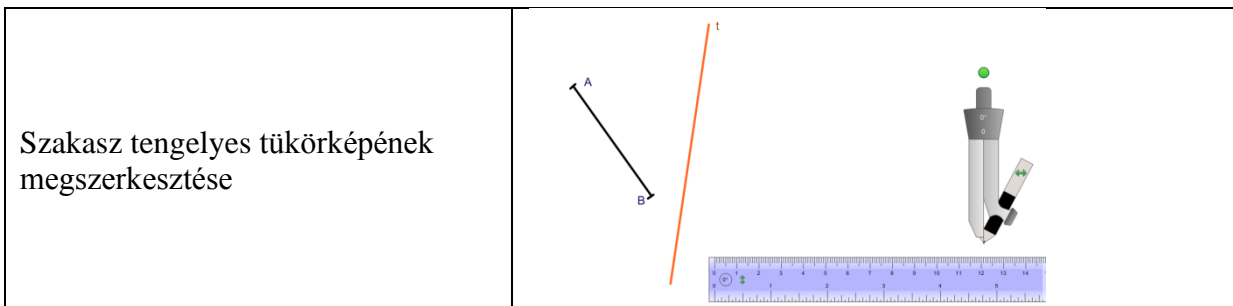
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

3. számú melléklet: PowerPoint bemutató

<p>Pontok ábrázolása</p>	
<p>Ismétlés Film és kérdések</p>	<p>Emlékeztetőül: tukrozes.wmv</p> <p>Kérdés: Mit nevezünk tengelyes tükrözésnek?</p> <p>Kérdés: Geometria transzformáció-e a tengelyes tükrözés? Miért?</p> <p>Kérdés: Egybevágósági transzformáció-e a tengelyes tükrözés? Miért?</p> <p>Kérdés: Soroljuk fel a tengelyes tükrözés tulajdonságait!</p>
<p>Pont tengelyes tükrképének megszerkesztése animáció</p>	<p>Pont tengelyes tükrképének megszerkesztése</p> <p>pont tukrozes.wmv</p>
<p>Egyenes tengelyes tükrképének megszerkesztése animáció</p>	<p>Egyenes tengelyes tükrképének megszerkesztése</p> 

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Óravázlat5 Középpontos tükrözés

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
15 perc	A bemutató segítségével felidézzük a középpontos tükrözésről tanultakat.	Korábbi ismeretek felelevenítése rendszerzése, tudásszint felmérése	A középpontos tükrözés értelmezése, tulajdonságai	aktív tábla, interaktív tananyag, internet, notebook fájl 1. számú melléklet
	Koordináta rendszer megrajzolása. Pontok ábrázolása a koordináta rendszerben. Pontok összekötése.	Figyeljék meg konkrét példákon, majd ezek után tudják általánosítani a tapasztaltakat.	A megadott pontok helyes ábrázolása, helyes alakzat. Feladat 2. számú melléklet	füzet, aktív tábla, interaktív tananyag, internet
	A csoporttagok lejegyzik gondolataikat külön-külön, utána ellenőrzik és a közös vélemény kerül középbe.	A középpontos tükrözés fogalmának mélyítése. Ismerjék fel a középpontos tükrözés tulajdonságait (távolságtartás, szögtartás, egyenes tartás, körüljárás iránya). kooperatív ablak módszer	A középpontos tükrözés tulajdonságainak összegyűjtése, igazolása mérésrel az előző feladat alapján, általánosítás. A tanulók ismerjék fel és az ábra alapján mérésekkel igazolják a középpontos tükrözés tulajdonságait! Feladat 3. számú melléklet	nyomtatott lap az ablak módszerhez, vonalzó, körző
	Összefüggések meglátása	Ismeretek rendszerzése A példák alapján tudjanak általános következtetéseket levonni.	Pókhálóábra készítése Feladat és megoldása 4. számú melléklet	aktív tábla, notebook fájl
	Pont középpontos tükrképének megszerkesztése	Pontos munkavégzés, figyelem fejlesztése, azonosságok és különbségek észrevétele. Egyéni munka.	A középpontos tükrözésnél adott a síkban egy pont (O), ez a tükrözés középpontja. Az adott pontra (O) vonatkozó középpontos tükrözésnél a középpont (O) képe önmaga. Ha egy A pontot összekötünk a középponttal és ennek az egyenesnek az A	körző, vonalzó, aktív tábla notebook fájl 5. számú melléklet

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			pontot nem tartalmazó felére felmérjük az O ponttól az OA távolságát, akkor megkapjuk az A pont O pontra vonatkozó tükörképét (A').	
	Egyenes középpontos tükröképének megszerkesztése		Egy egyenest két pontja egyértelműen meghatározza. Ezért az egyenes két pontját tükrözve, és a képpontokat összekötve az egyenes tükörképét kapjuk. Ha az egyenes áthalad a középponton, akkor a képe önmaga Ha az egyenes nem halad át a középponton akkor képe az eredetivel párhuzamos egyenes.	notebook fájl 5. számú melléklet
	Szakasz középpontos tükröképének megszerkesztése	Pontos munkavégzés	A szakasz két végpontját tükrözzük a középpontra, majd a képpontokat összekötjük.	körző, vonalzó notebook fájl 5. számú melléklet
	Háromszög középpontos tükröképének megszerkesztése	Általánosítás. Pontos munkavégzés Szemléltetés, tapasztalatgyűjtés	A háromszög csúcspontjait tükrözzük a középpontre és a képpontokat összekötve kapjuk a háromszög tükörképét. Végezzék el a szerkesztést úgy is, hogy a középpont a háromszög belsőjében van. Méréssel bizonyosodjatok meg a két alakzat egybevágóságáról!	körző, vonalzó, szögmérő
	Középpontos szimmetria látványos szemléltetése	Motiváció	Készítetek szép, színes ábrákat az ImagineLogo használatával!	számítógép, ImagineLogo

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			<p>A program elindítása után a „Demoprogramok” menüpontból választjuk ki a „szimmetria” nevű programot. Több beállítási lehetőség is van. Érdeklődő tanulók viszonylag könnyen készíthetnek maguk is hasonló programot több teknőc egyidejű mozgásával.</p>	
	<p>Játék</p>	<p>Motiváció erősítése, a tanultak alkalmazása</p>	<p>A játékot párban kell játszani. Kisorsoljuk a kezdő játékosokat, akik párt választanak maguknak. A feladat: felváltva tegyenek egy-egy korongot a kerek lapra! A letett korongot eltolni, vagy másikat a tetejére tenni nem szabad. Aki először tesz olyan korongot a lapra, amelyik leesett róla, az a játékos kiesett. A második körben a nyertesek játszanak, mindaddig, míg csak egy nyertes marad. Az igazi győztes az a tanuló, vagy tanulók, akik kezdő játékosként biztosra mennek, mert geometriai ismereteikkel van egy nyerő szisztémájuk, amit meg is tudnak fogalmazni.</p> <p>Az okoskodás lényege: A kör alakú lapon minden korongnak van egy középpontosan tükrös helye (tükrökö-</p>	<p>Egy kb. 5cm sugarú kör alakú fa vagy műanyag korong legalább 2 cm magas (pl.: edény alátét) , piros-kék korongok (lehet más is pl.: egyforma pénzérmék, gombok stb.)</p>

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026




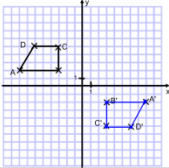
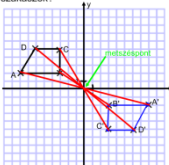
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			zép-pont a kör alakú lap közép-pontja), ahová a második játékos teheti a korongját, anélkül, hogy az leessen, kivéve a kör alakú lap közepét. Tehát, ha az első játékos a korongját a tükrözés középpontjába (pontosan a kör közepébe) helyezi, akkor biztosan nyer.	
	Javaslat otthoni munkára	Ismétlés	Keressetek példát természeti vagy műalkotásokról készült fotókon a középpontos szimmetriára	
5 perc	Értékelés	Ön és társértékelés fejlesztése	A szerkesztések bemutatása egymásnak. Miért szép?	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026



Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1. számú melléklet: Notebook fájl diái

<p>Ismétlés Képernyő árnyékolással</p>	<p>Emlékeztetőül:</p> <p>Kérdés: Mit nevezünk geometriai transzformációnak? </p> <p>Kérdés: Milyen geometriai transzformációkkal ismerkedtünk meg? </p> <p>Kérdés: Van-e még több geometriai transzformáció?</p>	<p>Kérdés: Mit nevezünk geometriai transzformációnak? Válasz: A geometriai transzformáció olyan függvény, amely egy ponthalmaz minden pontjához egy-egy pontot rendel hozzá. Kérdés: Milyen geometriai transzformációkról hallottál? Válasz: Eltolás, forgatás és tengelyes és középpontos tükrözés.</p>
	<p>Emlékeztetőül:</p> 	<p>Kérdés: Mit nevezünk tengelyes tükrözésnek? Válasz: Tengelyes tükrözésnél a pontot (P) a t egyenes, mint tengely körül 180 fokkal elforgatjuk a térben. Kérdés: Mit nevezünk középpontos tükrözésnek? Válasz: Középpontos tükrözésnél egy pontot (P) a tükrözés középpontja (O) körül 180 fokkal elforgatjuk a síkban.</p>
<p>Alakzat középpontos tükrképének ábrázolása a koordináta rendszerben Animált</p>	<p>Rajzoljatok koordináta rendszert, majd ábrázoljátok a következő pontokat! A (-4; 2), B (-3; 2), C (-3; 5), D (-6; 5)</p> <p>Kössétek össze a kapott pontokat!</p>  <p>Rendeljük hozzá minden koordináta-hoz az ellenértéket, majd ábrázoljátok az így kapott pontokat! A' (8; -2), B' (3; -2), C' (3; -5), D' (-6; -5)</p> <p>Kössétek össze kézzel az új pontokat!</p>	
<p>A középpontos tükrözés fogalmának előkészítése Animált</p>	<p>Kössétek össze pirossal az AA', BB', CC', DD' pontokat! Válaszoljatok írásban a füzetelekben: Hol metszik egymást az AA', BB', CC', DD' szakaszok? A metszésponttól milyen távolságra van az A és A', B és B', C és C', D és D' pontok?</p> 	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

<p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok Animált Képek az notboook szoftver galériájából</p>		
<p>Összefüggések Pókhálóábra Animált</p>		

2. számú melléklet:

Feladat: Rajzoljatok koordináta rendszert, majd ábrázoljátok a következő pontokat: A (-8; 2), B (-3; 2), C (-3; 5), D (-6; 5)!

Kössétek össze a kapott pontokat!

Rendeljétek hozzá minden koordinátához az ellentettjét, majd ábrázoljátok az így kapott pontokat! Kössétek össze késsel az új pontokat!

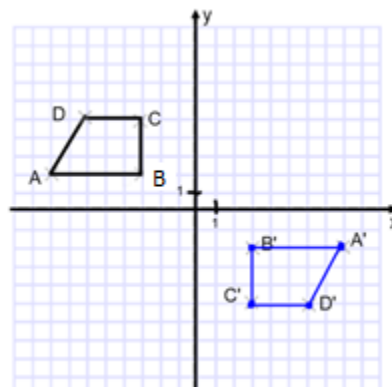
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Megoldás:

A hozzárendeléssel kapott pontok:

$A' (8; -2)$, $B' (3; -2)$, $C' (3; -5)$, $D' (6; -5)$



Feladat: Kössétek össze pirossal az összetartozó pontokat! (AA' , BB' , CC' , DD' szakaszok berajzolása)

Válaszolatok írásban:

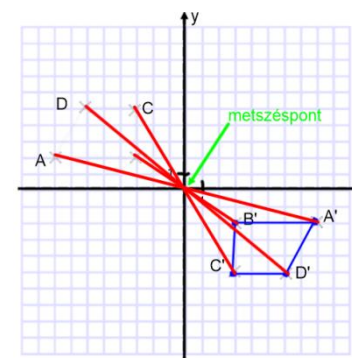
Hol metszik egymást az AA' , BB' , CC' , DD' szakaszok?

A metszésponttól milyen távolságra van az A és A' , B és B' , C és C' , D és D' pontok?

Megoldás:

Az AA' , BB' , CC' , DD' szakaszok 1 pontban, az origóban metszik egymást.

A metszésponttól az A és A' , B és B' , C és C' , D és D' pontok egyenlő távolságra vannak.



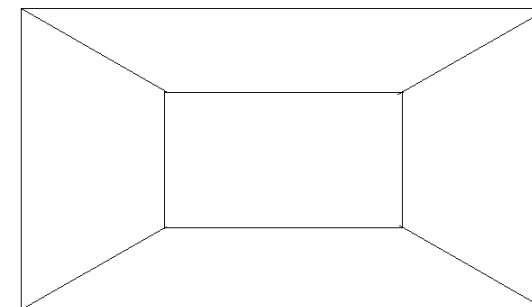
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

3. számú melléklet:

Feladat: kooperatív ablak módszerrel jegyezzétek fel a gondolataitokat a középpontos tükrözéssel kapcsolatban, majd közös megegyezés alapján az ablak közepébe kerüljenek azok a tulajdonságok, amelyeket meg tudtok magyarázni és indokolni.

Elvárt megoldás a középső részben:



- ✓ A középpontos tükrözés geometriai transzformáció, mert megadható a pontok és a képpontok között egy egyértelmű hozzárendelés. (Minden koordináta-hoz az ellentettjét rendeltük hozzá.)
- ✓ szimmetrikus, mert pl.: az A pont képe A' és A' képe A
- ✓ távolságtartó, mert bármely szakasz képe vele azonos hosszúságú szakasz pl.: AB szakasz hossza egyenlő az A'B' szakasz hosszával
- ✓ szögtartó, mert bármely szög képe vele azonos nagyságú szög pl.: a DAB szög = B'A'D' szöggel
- ✓ egyenestartó, mert az egyenes képe mindig egyenes
- ✓ a középpontra illeszkedő egyenes képe önmaga pl.: CC' egyenese
- ✓ a középpontra nem illeszkedő egyenes és képe párhuzamos pl.: AD és A'D' pontokon áthaladó egyenesek
- ✓ félegyenes és képe fordított állású pl.: a középpontból kiinduló A ponton áthaladó félegyenes és a középpontból kiinduló A' ponton áthaladó félegyenes
- ✓ szakasz képe párhuzamos az eredeti szakasszal, de végpontjaik felcserélődnek pl.: AB szakasz és a B'A' szakasz
- ✓ irányítástartó, mert a síkidom és a képének a körüljárása azonos (mindkettő az óramutató járásával ellentétes)
- ✓ egybevágósági transzformáció (az előzőek alapján)

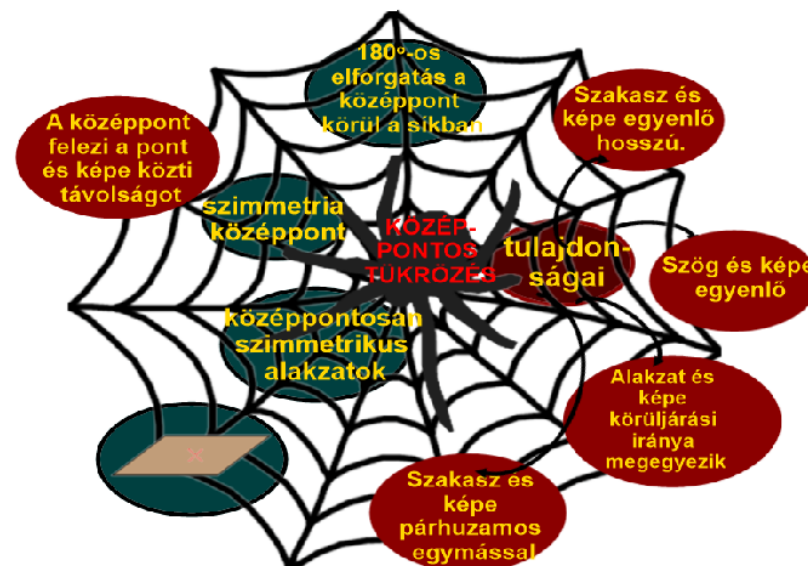
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

4. számú melléklet

Feladat: Az előzőek és eddigi tapasztalataitok alapján a tanultak rendszerezéséhez, összefüggések megláttatásához készítsetek pókhálóábrát!

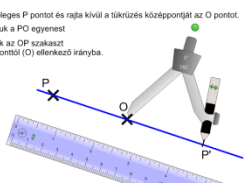
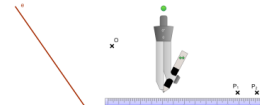

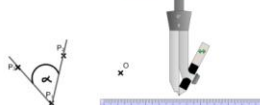
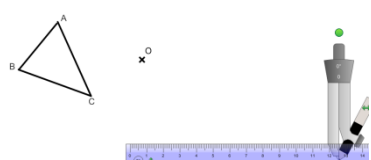
Egy lehetséges megoldás:



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

5. számú melléklet: Notebook fájl diái

<p>Pont középpontos tükrképének szerkesztése Animált</p>	<p>Pont középpontos tükrképének megszerkesztése</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Felveszünk egy tetszőleges P pontot és rajta kívül a tükrözés középpontját az O pontot. 2. Vonalzóval megrajzoljuk a PO egyenest 3. Körzőnyílásba vesszük az OP szakaszt és felmérjük a középponttól (O) ellenkező irányba. 4. Jelöljük a P' pontot 	<p>Pont középpontos tükrképének megszerkesztése</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Felveszünk egy tetszőleges P pontot és rajta kívül a tükrözés középpontját az O pontot. 2. Vonalzóval megrajzoljuk a PO egyenest 3. Körzőnyílásba vesszük az OP szakaszt és felmérjük a középponttól (O) ellenkező irányba. 4. Jelöljük a P' pontot
<p>Egyenes középpontos tükrképének szerkesztése</p>	<p>Egyenes középpontos tükrképének megszerkesztése</p> <p>Ellenőrzés!</p> 	
<p>Szakasz középpontos tükrképének szerkesztése</p>	<p>Szakasz középpontos tükrképének megszerkesztése</p> <p>Ellenőrzés!</p> 	
<p>Szög középpontos tükrképének szerkesztése</p>	<p>Szög középpontos tükrképének megszerkesztése</p> <p>Ellenőrzés!</p> 	
<p>Háromszög középpontos tükrképének szerkesztése</p>	<p>Háromszög középpontos tükrképének megszerkesztése</p> <p>Ellenőrzés!</p> 	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

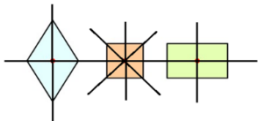
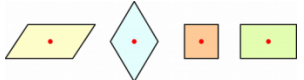
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Óravázlat6 Szimmetrikus alakzatok

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
2 perc	A tanult ismeretek felelevenítése			
5 perc	Szókártyák elhelyezése, megbeszélés, ellenőrzés	Tulajdonságok felismerése, rendszerezése, halmazba rendezése. Kooperatív	A tengelyes és középpontos tükrözés tulajdonságainak felidézése és összehasonlítása (távolságtartás, szögtartás, egyenes tartás, körüljárás iránya). 1. számú melléklet	csomagolópapír, ragasztó, szókártyák
5 perc	Bemutatják a gyűjtött, vagy rajzolt képeket, hozott tárgyakat, növényeket	Tudják a tapasztalataikat általánosítani. Vegyék észre az egyformaságokat és különbségeket. Tudjanak elvonatkoztatni. Belső motiváció erősítése. Magyarázat, szemléltetés.	Kérdések: Mikor mondhatjuk, hogy egy alakzat tengelyesen szimmetrikus? Mikor mondhatjuk, hogy egy alakzat középpontosan szimmetrikus? Lehet-e egy alakzat tengelyesen és középpontosan is szimmetrikus? Szemléltetés, példák bemutatása. Szimmetria felismerése.	
5 perc	Alakzatok csoportosítása, ellenőrzés, megoldás rögzítése.	Ismerjék fel az alakzatokon a szimmetriát! Tudják az alakzatokat szimmetria alapján halmazba sorolni! kooperatív	Az élet számos területén találkozhatunk szimmetrikus alakzatokkal. A természetben és az emberi alkotásokban egyaránt. Egy alakzat tengelyesen szimmetrikus (tengelyesen tükrös), ha van olyan tengelyes tükrözés, ami az alakzatot önmagába viszi. Azt a síkbeli alakzatot nevezzük középpontosan szimmetrikusnak ,	aktív tábla, PPT, füzet, alakzatok rajzai

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			<p>amelyhez van olyan középpontos tükrözés, ami az alakzatot önmagába viszi.</p> <p>Vannak alakzatok, amelyek mindkét szimmetriatulajdonsággal rendelkeznek.</p> <p>Feladat: 2. számú melléklet</p>	
3 perc	Helyes megoldás kivetítése, ha szükséges, akkor magyarázat	Önellenőrzés fejlesztése. Eltérés esetén vita. (Azért gondoltam másként, mert...)		aktív tábla, PPT, füzet, alakzatok rajzai
20 perc	Vizsgáljuk egyszerű geometriai alakzatok szimmetriatulajdonságait.	Ismerjék fel az alakzatokon a szimmetriát! kooperatív	Egyszerű alakzatok szimmetriája Feladat: 3. számú melléklet	aktív tábla, PPT, füzet, alakzatok rajzai
	Vizsgáljuk meg néhány négyszög szimmetriatulajdonságait.	Tudják a tapasztalataikat általánosítani	<p>1. Sorold fel, melyek a tengelyesen szimmetrikus négyszögek? Négyzet, téglalap, rombusz, húrtrapéz, deltoid</p>  <p>2. Mely négyszögek szimmetrikusak középpontosan? Paralelogramma, rombusz, négyzet, téglalap</p> 	
5 perc	Összegzés, értékelés	A tanultak rögzítése. Rendszerezés		

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
	Javaslat otthoni munkára	A tanultak alkalmazása	Feladat: 4. számú melléklet	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1. számú melléklet: Tengelyes és középpontos tükrözés összehasonlítása

Feladat: Helyezd el a kártyákat a halmazábrába, a szóforgó szabálya szerint dolgozva: a csoport tagjai egyenlően osszák el egymás között a tulajdonságokat tartalmazó kártyákat, majd egyesével, egymásután helyezték el a halmazábra megfelelő részébe.

Ha az összes tulajdonság a megfelelő részbe került, akkor rendezzék őket úgy, hogy az analóg tulajdonságok kerüljenek egymás mellé.

Szókártyák:

Adott egy t egyenes: a tükörtengely	Adott egy pont: a tükörközep-pont	Egyenestartó
A tengely bármely pontjának képe önmaga és ezen kívül nincs olyan pont, amely egybeesne a tükörképével.	Egyetlen pont van, amelynek képe önmaga és ez a pont a tükörközep-pont.	Szögtartó
Alakzat és képe egybevágó	Bármely pont képének a képe megegyezik az eredeti ponttal	Távolságtartó
Megváltoztatja a körüljárás irányát.	A körüljárási irány nem változik.	A tengelyre merőleges egyenes képe önmaga.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

A tükörcözépponton áthaladó egyenes képe önmaga.	Geometriai transzformáció	Egybevágósági transzformáció
--	---------------------------	------------------------------

Megoldás:

Tengelyes tükrözés	Geometriai transzformáció	Középpontos tükrözés
Adott egy t egyenes: a tükörtengely	Geometriai transzformáció	Adott egy pont: a tükörcözéppont
A tengely bármely pontjának képe önmaga és ezen kívül nincs olyan pont, amely egybeesne a tükörcképével.	Bármely pont képének a képe megegyezik az eredeti ponttal	Egyetlen pont van, amelynek képe önmaga és ez a pont a tükörcközéppont.
A tengelyre merőleges egyenes képe önmaga..	Egyenestartó	A tükörcközépponton áthaladó egyenes képe önmaga
Megváltoztatja a körüljárás irányát.	Szögtartó	A körüljárási irány nem változik.
	Távolságtartó	
	Egybevágósági transzformáció	
	A Alakzat és képe egybevágó	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

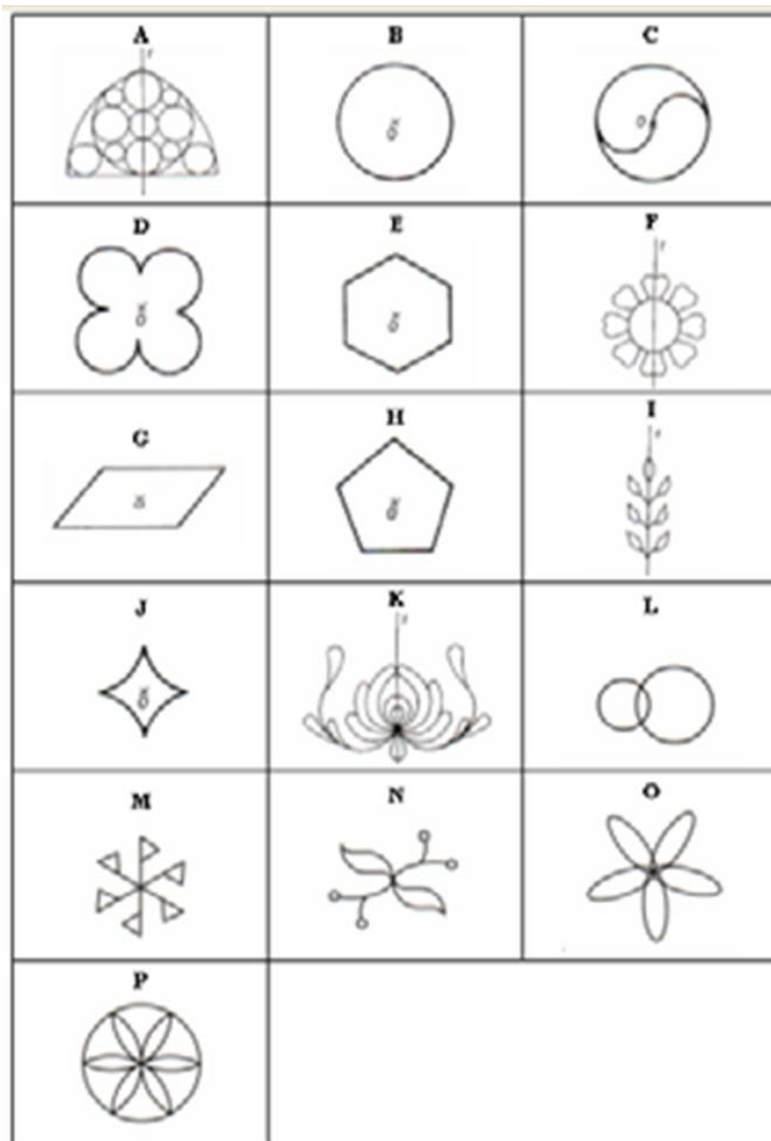
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

2. számú melléklet

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Feladat:



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

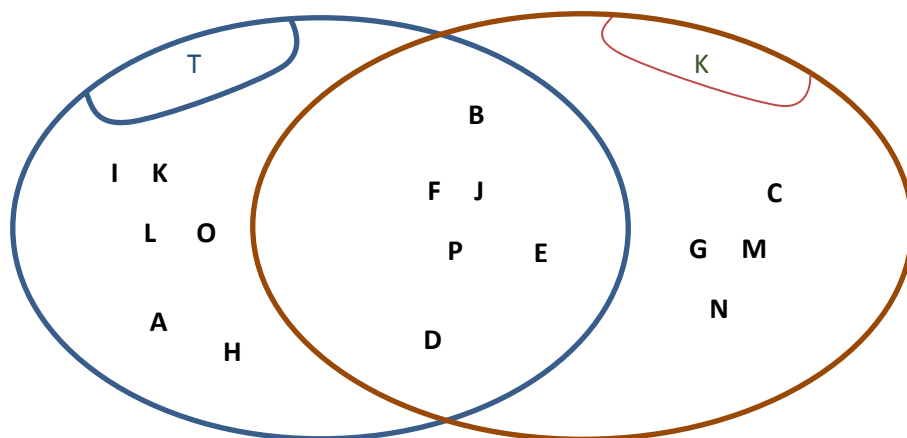
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Egymás után, a szóforgó szabálya szerint kell az alakzatokat a halmazábra megfelelő részében elhelyezni. Továbbhaladás előtt szükséges a csoport többi tagjának a jóváhagyása. Vita esetén érveket kell felsorakoztatni. Ha nem tudtok megállapodni, akkor segítséget lehet kérni tőlem is.

Megoldás:

$T = \{\text{tengelyesen szimmetrikus alakzatok}\} = \{ \text{A; H; I; K; L; O; B; D; E; F; J; P} \}$

$K = \{\text{középpontosan szimmetrikus alakzatok}\} = \{ \text{C; G; M; N; B; D; E; F; J; P} \}$



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

3. számú melléklet

Feladat: Vizsgáljuk egyszerű geometriai alakzatok szimmetriatulajdonságait.

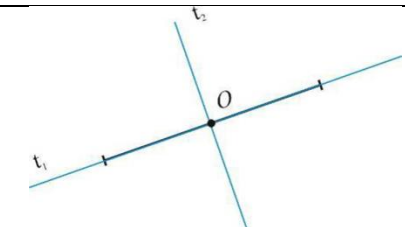
A következő kérdéseket diákvártett formájában dolgozzuk fel. Minden kérdésre adott választ a csoportok tagjai egymással vitassák meg! Könnyebb, ha készítenek rajzokat. A válaszokat írjátok le a füzetetekbe!

Ha kész vagytok, kisorsolunk egy - egy tanulót, aki a csoport nevében elmondja a megbeszélt válaszokat.

A diákvártett kérdései:

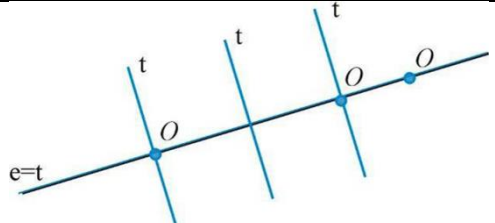
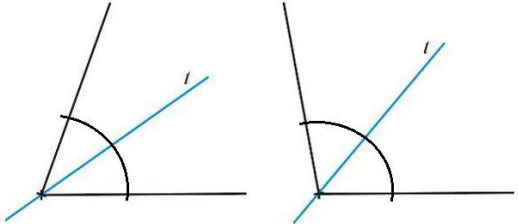
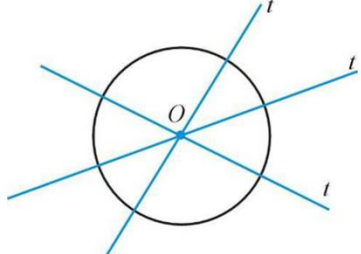
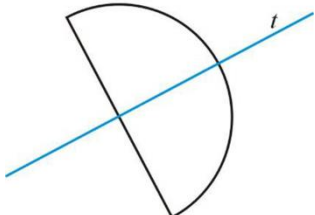
1. Van-e szimmetriatengelye illetve szimmetria-középpontja egy szakasznak?
2. Milyen szimmetriatulajdonságai vannak egy egyenesnek?
3. Szimmetrikus-e egy szögtartomány?
4. Gyűjtsétek össze a kör szimmetria-tulajdonságait!
5. Van-e szimmetriatengelye illetve szimmetria-középpontja egy félkörnek?
6. Szimmetrikus-e egy körcikk?

Megoldás:

Kérdés:	Válasz:	Rajz:
1. Van-e szimmetriatengelye illetve szimmetria-középpontja egy szakasznak?	Két szimmetriatengelye van: a szakaszfelező merőlegese, ill. saját egyenese, és szimmetria középpontja a szakasz felezőpontja.	

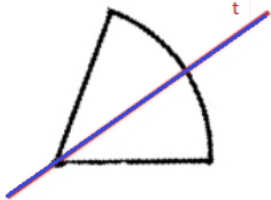
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

<p>2. Milyen szimmetriatulajdonságai vannak egy egyenesnek?</p>	<p>Tengelyesen szimmetrikus önmagára és minden rá merőleges egyenesre, és bármely pontja szimmetria-középpont.</p>	
<p>3. Szimmetrikus-e egy szögtartomány?</p>	<p>Tengelyesen szimmetrikus a szögfelező-egyenesére.</p>	
<p>4. Gyűjtsétek össze a kör szimmetria-tulajdonságait!</p>	<p>Tengelyesen szimmetrikus bármely átmérőjének egyenesére, középpontosan szimmetrikus a középpontjára.</p>	
<p>5. Van-e szimmetriatengelye illetve szimmetria-középpontja egy félkörnek?</p>	<p>Középpontosan nem szimmetrikus, de van egy szimmetriatengelye.</p>	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

<p>6. Szimmetrikus-e egy körcikk?</p>	<p>Középpontosan nem szimmetrikus, de van egy szimmetriatengelye.</p>	
---------------------------------------	---	---

4. számú melléklet



„A szimmetria fogalma határhelyzetű a természettudományok, a művészet és a technika között, mert összekapcsolja azt a háromféle fő törekvést, amellyel az ember a világhoz, annak megértése céljából közelít. Általános, köznapi jelentésében valamiféle szabályosságra, harmóniára, tökéletességre, szépségre utal. „ (Wikipédia)

Évszázadok, sőt ezredek óta jelen van a képzőművészetben, építészetben.



„A mandala szó, az ősi indiai nyelvből, a szanszkritből származik. Jelentése: kör, ív, körszelet, korong. Eredetét tekintve leginkább a buddhista tibeti és indiai kultúrához köthető, ahol ma is, évezredek óta használják meditációs technikákhoz, gyakorlatokhoz. „ (Wikipédia)
 Minden kultúrában találkozhatunk a mandalák sokféle megjelenési formáival. Gondoljunk csak meg, a mandalák ott vannak a keresztény templomok rózsablakaiban, vagy az észak-amerikai indiánok álomcsapdáiban, a marokkói mozaikokban, vagy a perzsa szőnyegek mintáiban. De a maják, a kelták, az afrikai vagy ausztrál bennszülött törzsek díszítőelemei között is találunk kör alakú motívumokat, és még a magyar népművészetben is megtalálható. A természet is tele van mandalákkal, a hópehely, a pókháló, a csigaház, a vízbe csobbanó kő által keltett hullámok, mind megannyi mandala. (forrás: <https://szeged.hu/hirek/23470/mandala-az-egesz-vilag> 2018. október 19)

Feladat: Tervezzetek, készítsetek mandalát körző, vonalzó használatával, és a szimmetriáról tanultak felhasználásával!

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Óravázlat7 Középpontos hasonlóság

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
5 perc	Játék: házimozi	Tapasztalatgyűjtés, motiváció	Árnyjáték Feladat leírása 1. számú melléklet.	asztali lámpa
5 perc	A foglalkozás témájának megjelölése. Előzetes ismeretek felelevenítése.	A szükséges ismeretek tudásszintjének felmérése. Dákkvartett módszerével	<p>Korábban tanultunk már geometriai transzformációkról, részletesebben a tükrözésekről. Ezek egybevágósági transzformációk voltak, mert például egy háromszöget tükrözve vele egybevágó háromszöget kaptunk. A gyakorlati életben azonban szükség van arra, hogy a kicsi dolgokat nagyban, nagy dolgokat kicsiben ábrázoljunk. Ehhez a hasonlóságot használjuk.</p> <p>Válaszolatok a következő kérdésekre: Milyen geometriai transzformációkat ismertünk meg? A felsoroltak közül melyik egybevágósági transzformáció és miért? Mit kell megadni a tengelyes tükrözés, mit a középpontos tükrözés, illetve a hasonlósági transzformáció esetén? Meg kell-e adni azt, hogy mit transzformálunk? Miért?</p> <p>Elvárt válaszok: Tengelyes tükrözés megadható a tengellyel és egy ponttal, vagy egy ponttal és a tükröképével.</p>	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			<p>A középpontos tükrözés megadható a tükörközépponttal és egy ponttal, vagy egy ponttal és a tükörképével.</p> <p>A hasonlósági transzformáció megadható a hasonlóság középpontjával, a hasonlóság arányával és egy ponttal.</p>	
3 perc	Tanult számítási feladat felidézése	A szükséges ismeretek tudásszintjének felmérése. Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban.	<p>Egy térképen két település távolsága 8,5 cm. Mekkora a valóságban ez a távolság, ha a térkép méteraránya 1:300000 ?</p> <p>Megoldás: 25,5 km.</p>	
3 perc	Tanult szerkesztési feladat felidézése	A szükséges ismeretek tudásszintjének felmérése.	<p>Vegyetek fel egy 3 cm-es AB szakaszt! Szerkesszétek meg a szakasz felét CD szakaszt, háromszorosát EF szakaszt! Majd írjátok fel a lehetséges arányokat a megszerkesztett szakaszokra!</p> <p>Elvárt válaszok: Szakasz felének megszerkesztése szakaszfelező merőlegessel, háromszorosának szerkesztése a szakasz másolásával történt.</p> <p>A lehetséges arányok: $AB:CD=2:1=2$ $AB:EF=1:3=1/3$ $CD:AB=1:2=0,5$ $CD:EF=1:6=1/6$ $EF:AB=3:1=3$ $EF:CD=6:1=6$</p>	körző, vonalzó

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
5 perc	Szerkesszük meg az előző szakaszokat a középpontos hasonlóság segítségével!	Szerkesztés, műveletek sorrendje, kombinatív gondolkodás	Feladat és megoldása a 2. számú mellékletben.	körző, vonalzó
	A szerkesztés lépéseinek megfigyelése		Feladat és megoldása a 3. számú mellékletben.	
4 perc	A hasonlóság arányának értelmezése, lejegyzése	A geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.	<p>Azt, hogy az adott alakzatot hányszorosára nagyítjuk, vagy éppen kicsinyítjük a hasonlóság arányával fejezzük ki. Ezt az arányt k betűvel, vagy λ (ejtsd: lambda) szoktuk rövidíteni.</p> <p>Pl.: azt hogy az AB szakasz hossza kétszerese a CD szakasz hosszának röviden úgy jelölhetjük, hogy</p> <p>$AB:CD=2:1$ vagy $k=2$ illetve $\lambda=2$</p> <p>Ha $k=1$, akkor minden pont képe önmaga.</p> <p>Ha $k=-1$, akkor középpontos tükrözést kapunk.</p> <p>Ha $k>0$, akkor az eredeti és a képpont is az O pontnak ugyanazon az oldalán található</p> <p>Ha $k<0$, akkor az eredeti és a képpont az O ponthoz képest ellentétes oldalon, a félegyenes meghosszabbításán található.</p> <p>Ha $k > 1$ vagy $k < -1$, akkor középpontos nagyításról beszélhetünk.</p> <p>Ha $-1 < k < 1$, akkor középpontosan kicsinyített képet kapunk.</p>	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			Ha $k=0$, akkor nem beszélhetünk hasonlósági transzformációról, mert a sík minden pontjának képe az O pont lenne.	
8 perc	Adott háromszög középpontosan hasonló képének megszerkesztése. Középpontos hasonlóság tulajdonságainak összegyűjtése	Pontos munkavégzés Szemléltetés, tapasztalatgyűjtés. Összefüggések felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása.	Szerkesszék meg adott háromszög középpontosan hasonló képét, ha a hasonlóság aránya $k=3$! A szerkesztés alapján, és a tükrözéseknél tanultak felhasználásával fogalmazzátok meg a középpontos hasonlóság tulajdonságait! Feladatlap a 4. számú mellékletben.	feladatlap, körző, vonalzó, szögmérő
	Foglaljuk össze a tanultakat!		A nagyítás/kicsinyítés neve a matematikában: középpontos hasonlóság. Nagyításkor vagy kicsinyítéskor középpontos hasonlóságot alkalmazunk. A középpontos hasonlóság megadásakor megadjuk a hasonlóság középpontját és a hasonlóság arányát. Középpontos hasonlóság esetén a megfelelő távolságadatok aránya egyenlő – ezt a tulajdonságot aránytartásnak nevezzük. Ha összehasonlítjuk a képet az eredeti ábrával, akkor megállapíthatjuk, hogy a megfelelő szögek nagysága egyenlő (szögtartás) – ezért „hasonlít” a kép az eredeti tárgyra (például makettek).	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			<p>A hasonlóság és a középpontos hasonlóság különböző fogalmak. A középpontos hasonlóság során transzformációt végzünk: pontok képét szerkesztjük meg. Ha egy síkidomot nagyítunk vagy kicsinyítünk, akkor az oldalegyeneseik párhuzamosak maradnak.</p> <p>A hasonlóság két síkidom viszonyát kifejező fogalom. Ha két síkidom hasonló, akkor az oldalaik aránya és szögeik biztosan egyenlők.</p>	
	Állítások igazságtartalmának megállapítása.	Ellenőrizzük a tananyag megértését, elsajátítását	Döntsd el a tanultak alapján, hogy egy-egy állítás biztos, lehetséges vagy lehetetlen! Feladat és megoldása az 5. számú mellékletben.	
	Javaslat otthoni munkára	Ismétlés	Keressetek példákat a természetben a hasonlóságra	
5 perc	Értékelés	Ön és társértékelés fejlesztése	<p>Miben voltam ma ügyes?</p> <p>Fejezd be a mondatot! A mai foglalkozáson az tetszett, hogy</p> <p>A szerkesztések bemutatása egymásnak.</p> <p>Miért szép?</p>	

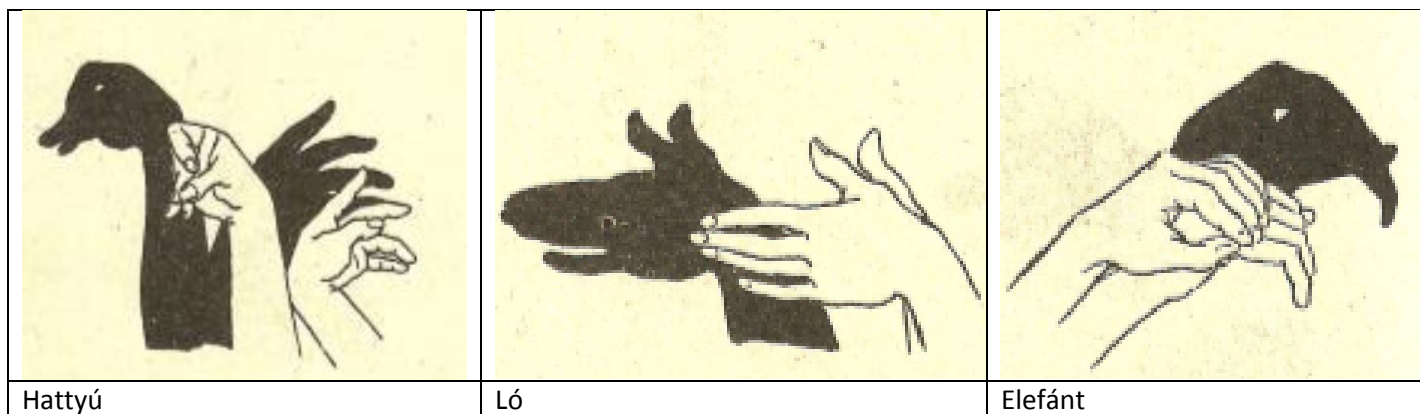
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

2. számú melléklet: Árnyjáték leírása

Egy asztali lámpa segítségével az elsötétített teremben valóságos kis házi mozit varázsolunk két kezünk segítségével.

Világos színű, sima fal elé 1-2 m-re helyezzük el a lámpát. Két kezünket úgy tartjuk a lámpa és a fal közé, hogy kezünk árnyéka élesen, torzítás nélkül látszódjon a falon. Kezeink, ujjaink mozgatásával mulatságos árnyképek jelennek meg a falon. A rajzok segítségével jelenítsetek meg hattyút, lovat, elefántot, vagy más érdekes alakzatot!



Lehetséges-e ezeket az alakzatokat nagyobb méretben kivetíteni?

Megoldás: A lámpa, hasonlóan a diavetítőhöz egy pontszerű fényforrás, mely sugarakat bocsát ki, a sugarak (vetítő sugarak) a kezünkön, mint a diafilm koc-káján annak nagyított képét állítják elő a falon. Ez azt jelenti, hogy a kezünk minden egyes pontjához a fénysugár kivetít egy annak megfelelő pontot a falon. A kezünkön és a falon lévő kép hasonló egymáshoz. Tapasztaljuk, hogy minél messzebb visszük a lámpát és a kezünket a faltól, annál nagyobb lesz a kivetített kép.

Grafikákat sokszor úgy festenek a falra, hogy rávetítik diavetítővel, és a vetített kép szerint végzik a festést.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

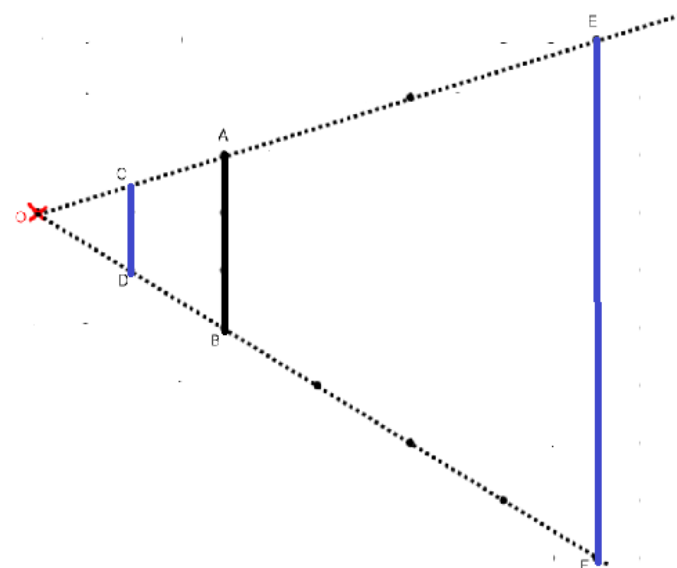
3. számú melléklet:

Feladat: adott szakasz felének, háromszorosának a megszerkesztése középpontos hasonlósággal.

Megoldás:

1. Rögzítsünk a síkon egy O pontot (ez lesz a középpontos hasonlóság középpontja).
2. Húzzunk az O pontból egy félegyenest
3. Az O ponttól tetszőleges távolságra (pl.: 4 cm-re) jelöljük ki egy pontot, ez lesz az A pont. Ebből a pontból vegyünk fel az AB szakaszt úgy, hogy végpontjai ne essenek egybe a O ponttal.
4. Húzzuk meg az OB félegyenest
5. Mérjük fel az O pontból az OA szakasz felét (2 cm-t) mindkét félegyenésre, majd a kapott pontokat (C és D) kössük össze.
6. Mérjük fel az O pontból háromszor az OA szakaszt (4 cm), így kapjuk meg az E pontot
7. Ismételjük meg az előzőt, de most az OB félegyenésre, így kapjuk meg az F pontot.

Méréssel igazoljuk, hogy az AB szakasznak a CD szakasz valóban a fele, az EF szakasz pedig a háromszorosa.



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

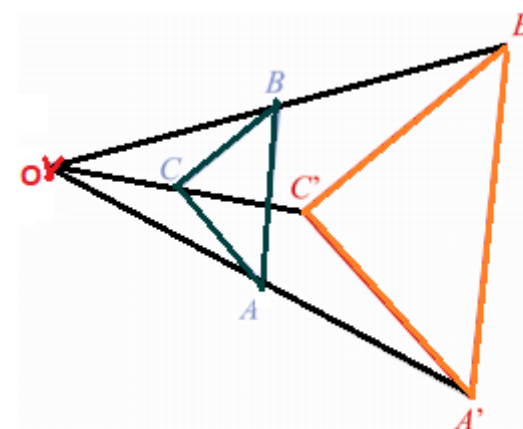
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

4. számú melléklet:

Az ábrán látható ABC háromszöget kétszeresére nagyítottuk az O pontból, úgy kaptuk az $A'B'C'$ háromszöget. Állítsd megfelelő sorrendbe a szerkesztés lépéseit!

- Megrajzoljuk az OB, OC félegyeneseket.
- Összekötjük az A' , B' és C' pontokat.
- Az OA félegyenesre rámérjük O-ból az OA távolság kétszeresét, így megkapjuk az A' pontot.
- Összekötjük A-t O-val.
- Felmérjük kétszer az OB illetve az OC szakaszok hosszát a pontot tartalmazó félegyenesekre.

Megoldás pl.:: d); c); a); e); b) Ezen kívül több jó sorrend is lehet. A különböző megoldásokat meghallgatva és megvitatva rögzül a szerkesztés menete.



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

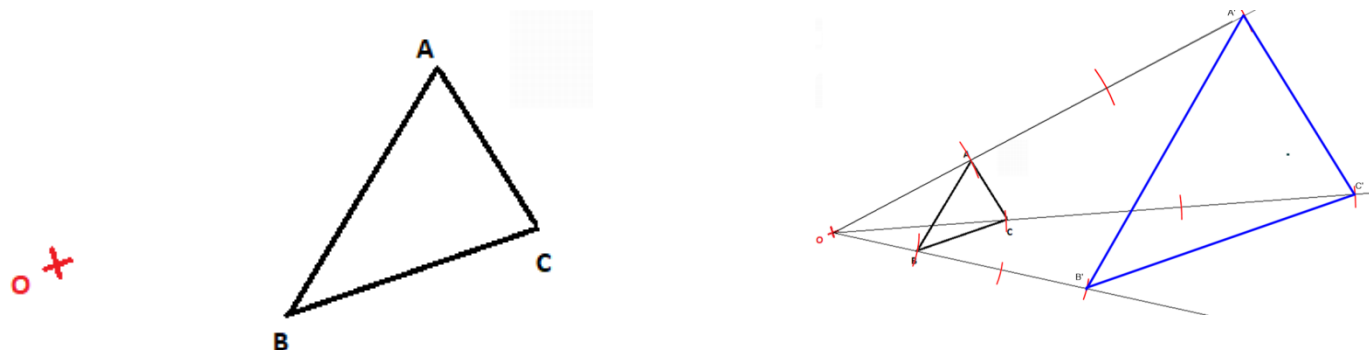
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

5. számú melléklet:

Feladat:

Szerkeszd meg az ábrán látható háromszög képét, ha a hasonlóság középpontja az O pont és $k=3$! Majd a tükrözéseknél tanult módon páros munkában végezzetek ellenőrzést és fogalmazzátok meg a középpontos hasonlóság tulajdonságait!

Megoldás:



A középpontos hasonlóság tulajdonságai:

- A megfelelő távolságadatok aránya egyenlő – ezt a tulajdonságot aránytartásnak nevezzük.
- Megfelelő szögek nagysága egyenlő, vagyis szögtartó
- Egyenestartó, mert egy egyenes képe is egyenes; sőt az eredetivel párhuzamos egyenes.
- Körüljárási irány tartó.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

6. számú melléklet

Feladat: Megfigyeléseid alapján dönts el, hogy melyik állítás biztos igaz (I), melyik hamis (H), melyik lehet hogy igaz, de nem minden esetben (L).

	Hasonló alakzatok megfelelő szögei egyenlők.
	Egy egyenes és egy körív lehet hasonló.
	Ha két háromszög hasonló és az egyik egyenlőszárú, akkor a másik is az.
	Ha egy sokszög két oldala egyforma hosszú, akkor a középpontos hasonlósággal kapott alakzatnak is lesz két egyforma hosszú oldala.
	Ha egy háromszög oldalai kétszer akkorák, mint egy hozzá hasonló másik háromszög oldali, akkor a területe is kétszerese a másik háromszög területének.
	Hasonlóságnál a megfelelő távolságadatok aránya megegyezik.
	Ha két sokszög szögei egyenlők, akkor azok hasonlóak.
	Ha két sokszögben a megfelelő oldalak aránya egyenlő, akkor azok hasonlóak.
	Minden kör hasonló egymáshoz.

Megoldás:

Igaz	Hasonló alakzatok megfelelő szögei egyenlők.
Hamis	Egy egyenes és egy körív lehet hasonló.
Igaz	Ha két háromszög hasonló, és az egyik egyenlőszárú, akkor a másik is az.
Igaz	Ha egy sokszög két oldala egyforma hosszú, akkor a középpontos hasonlósággal kapott alakzatnak is lesz két egyforma hosszú oldala.
Hamis	Ha egy háromszög oldalai kétszer akkorák, mint egy hozzá hasonló másik háromszög oldali, akkor a területe is kétszerese a másik háromszög területének.
Igaz	Hasonlóságnál a megfelelő távolságadatok aránya megegyezik.
Lehet	Ha két sokszög szögei egyenlők, akkor azok hasonlóak. Ellenpélda a négyzet és a téglalap.
Lehet	Ha két sokszögben a megfelelő oldalak aránya egyenlő, akkor azok hasonlóak. Ellenpélda: a négyzet és a szabályos sokszögek.
Igaz	Minden kör hasonló egymáshoz.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Óravázlat8 Középpontos hasonlóság alkalmazása

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
5 perc		Matematika történeti érdekességek Motiváció. Elbeszélés, szemléltetés, megbeszélés.	Feladat leírása 1. számú melléklet.	
20 perc	A foglalkozás témájának megjelölése.	A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Szemléltetés, megbeszélés, vita, magyarázat	Végezzünk mi is hasonló méréseket! Feladatlap a 2. számú mellékletben.	mérőeszközök, méterrúd
	Az előző feladat megfogalmazása a matematika nyelvén, a megoldásához szükséges ismeretek felelevenítése.		A síkidomok hasonlósága adja a hasonlóság gyakorlati hasznát: kicsinyítve vagy nagyítva megalkothatjuk a tárgyak modelljeit, és azon kísérleteket hajthatunk végre. Tudjuk, hogy ha két síkidom hasonló egymáshoz, akkor a megfelelő szakaszok aránya egyenlő. Ezt használtuk ki az előző feladatban. méterrúd hossza úgy aránylik a méterrúd árnyékának hosszához, mint az objektum magassága aránylik az objektum árnyékának hosszához.	
	Szakasz adott arányú felosztása szerkesztéssel	Szerkesztéssel pontos, szép munkára nevelés, kombinatív gondolkodás fejlesztése Szemléltetés, megbeszélés, magyarázat	Feladat: szakasz felosztása adott arányban 3. számú melléklet	körző, vonalzó
	Gyakorlati problémák matematikai megoldása	Szövegértelmezés továbbfejlesztése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése.	Feladatlap a 4. számú mellékletben.	körző, vonalzó

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
		Megbeszélés, vita, ha szükséges, akkor magyarázat		
	Érdekes, gondolkodtató (nem tisztán középpontos hasonlósággal megoldható feladat.	Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban. Megbeszélés, vita, ha szükséges, akkor magyarázat.	Feladatlap az 5. számú mellékletben.	
	Javaslat otthoni munkára	Motiváció erősítése, a tanultak alkalmazása	Szabásminta készítése 6. számú melléklet	
5 perc	Értékelés	Ön és társértékelés fejlesztése	Fejezzétek be a megkezdett mondatokat! (Ha tudjátok eszperente nyelven.) Ez a foglalkozás számomra hasznos volt, mert..... Én tudtam a legjobban	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1. számú melléklet:

Milétoszi Thalész (Kr. e. 624 körül – Kr. e. 546 körül) a hét bölcs egyike, az első olyan görög matematikus és természetfilozófus akinek neve fennmaradt.

Anekdóták:

„...,amikor csillagászati megfigyelései közben fölfele nézve beleesett egy gödörbe, egy elmés és csinos thrák szolgálólány kigúnyolta, mondván, hogy erősen vágyik ugyan az égi dolgok ismeretére, de fogalma sincs arról, ami háta mögött és a lába előtt van.” (Platón)

„Midőn ugyanis szegénysége miatt folyton azt hányták szemére, hogy a filozófia haszontalan, kifigyelte, mint mondják, csillagászati úton, hogy bő olajtermés lesz, s még télen előteremtett egy kevés pénzt, és valamennyi milétoszi és khioszi olajsajtóra foglalót adott, majd olcsón kibérelte őket, mivel senki sem ígért többet. Mikor aztán elérkezett a megfelelő alkalom, egyszerre és hirtelen nagy kereslet támadt, s ekkor ő olyan áron adta az övéit bérbe, ahogy akarta, s így sok pénzt halmozva össze, bebizonyította, hogy könnyű megvagyonosodniuk a filozófusoknak, ha éppen akarnák. Csakhogy nem ez az, amire törekszenek.”

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

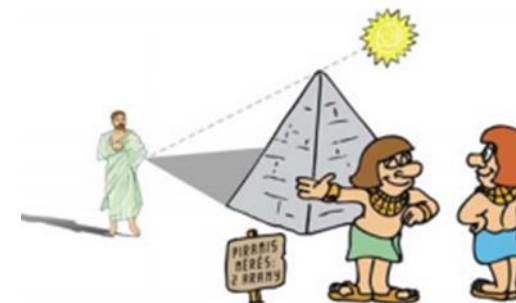
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

(Arisztotelész)

Thalésznek tulajdonított felfedezések többek között:

- ❖ a párhuzamos szelők tétele
- ❖ szög fogalmának bevezetése
- ❖ csúcsszögek egyenlőségének belátása
- ❖ két háromszög egybevágó, ha megegyezik egy oldaluk és az azon fekvő két szög
- ❖ a háromszög szögeinek összege 180 fok
- ❖ a geometria egyik legelső alaptétele, a róla elnevezett Thalész-tétel
- ❖ tengeren úszó hajók távolságának mérésére szolgáló eszköz
- ❖ vízóra szerkesztése
- ❖ a piramisok magasságának megmérése

A történetírók szerint Thalész árnyékuk segítségével mérte meg a piramisok magasságát úgy, hogy leszúrt egy botot a földre, és kifigyelte azt a pillanatot, amikor azonos hosszúságú a bot és az árnyéka. Ekkor a



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

piramis árnyéka is egyenlő a magasságával.

2. számú melléklet:

A feladatokban segédeszközként méterrúd használunk.

Feladat	a méterrúd árnyékának hossza	az objektum árnyékának hossza	számítás	az objektum magassága a számítás alapján	az objektum magassága méréssel (ha lehetséges)
A tanulók magasságának meghatározása	pl: 65 cm	pl.: 90 cm	100:65*90	138,46 cm	
A tanuló saját magasságának meghatározása					
A tanuló 2 magasságának meghatározása					
A térképtartó állvány magasságának meghatározása					
Egy fa magasságának meghatározása					

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

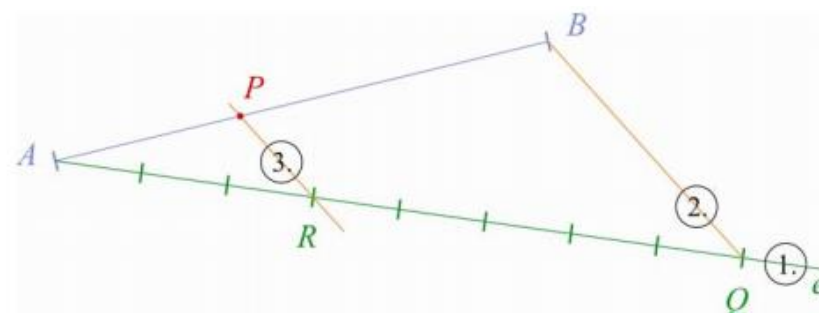
3. számú melléklet:

Feladat: szakasz felosztása adott arányban

A hasonlóság segítségével egy szakaszt könnyen feloszthatunk adott arányú részekre. Az ábra azt szemlélteti, hogyan lehet felosztani egy tetszőleges hosszúságú AB szakaszt 3 : 5 arányú részekre.

- 1) Adott az AB szakasz.
- 2) A szakasz egyik végpontjából (az ábrán A-ból) húzunk egy félegyenest (e), amire felmérünk $3 + 5 = 8$ egyenlő kis szakaszt (tetszőleges hosszúságú).
- 3) Megjelöljük a harmadik osztópontot (R) és az utolsó osztópontot (Q), au utóbbiit összekötjük a szakasz másik végpontjával (B-vel).
- 4) Az összekötő QB szakasszal párhuzamost húzunk a megjelölt osztóponton (R ponton) keresztül.

Ahol ez metszi a szakaszt, ott a megadott arányban osztópont (P).



Végezzétek el a szerkesztést! A könnyebb ellenőrizhetőség miatt az AB szakasz hossza legyen 16 cm! Munkátokat ellenőrizték vonalzó segítségével!

4. számú melléklet:

Oldjátok meg a gyakorlati problémákat a középpontos hasonlóságnál tanultak felhasználásával!

1. feladat

Egy fényképezés a múzeumban egy 150 cm magas képről szeretne fotót készíteni úgy, hogy az egész kép magassága látható legyen a fotón. A fényképezőgépben 35 mm magas a film, amin a kép keletkezik, és a film az objektívtől 100 mm-re található. Milyen messze tegye a fényképezőgép állványát a képtől?

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Készíts vázlatot a feladat megoldásához!

(forrás: <http://www.kooperativ.hu/matematika>)

2. feladat

A festők kinyújtott karjukkal méregetik az arányokat a ceruzájukon. Mekkora mértékben méri az 1,2 méteres magasságot a festő, ha a modell tőle 4 méterre van, és a ceruzával a szemétől 50 cm-re mér?

Készíts vázlatot a feladat megoldásához! (forrás: <http://www.kooperativ.hu/matematika>)

3. feladat

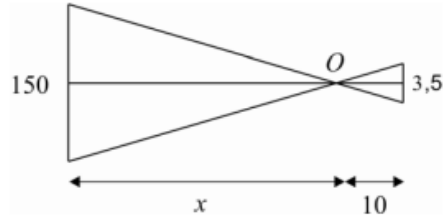
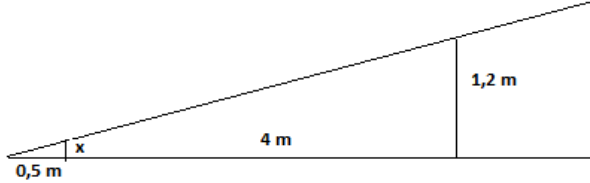
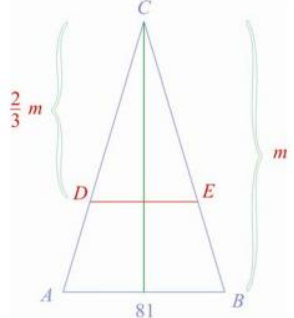
A létrát milyen hosszú lánc fogja össze a létra magasságának alulról mért harmadánál, ha a talajon a két szárának távolsága 81 cm?

Készíts vázlatot a feladat megoldásához! (forrás: <http://www.kooperativ.hu/matematika>)

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Megoldások:

Feladat	Ábra	Megoldás
1.		<p>Az ábra szerint két hasonló háromszög található, O mindkettőben a szárak metszéspontja. A nagyítás aránya $k = 150:3,5 = 42,86$</p> <p>A megfelelő méretek aránya megegyezik, így a két magasság aránya is k-val egyenlő: $k = 42,86 = x : 10$.</p> <p>Eszerint a gépet a képtől $42,86 \cdot 10 = 428,6$ cm, távolságra kell tenni. Ami kb. 4,3 méter.</p>
2.		<p>Az aránytartás miatt $k = 0,5:4 = x:1,2$</p> <p>$x = 0,5:4 \cdot 1,2 = 0,15$</p> <p>A festő az 1,2 méteres magasságot 15 cm magasanak méri.</p>
3.		<p>Az ábra felrajzolása után kapunk két hasonló háromszöget: $ABC \Delta \sim DEC \Delta$, (szögeik egyenlők, oldalai aránya megegyezik).</p> <p>A hasonlóság aránya: $k = 2:3$ (a két háromszög magasságának aránya a DE szakasz alatt a magasság harmadrésze található, fölötte pedig a kétharmada).</p> <p>Ezért a keresett DE távolság: $2:3 \cdot AB$</p> <p>$DE = 2:3 \cdot 81 \text{ cm} = 54 \text{ cm}$</p> <p>A létrát 54 cm hosszú lánc fogja össze.</p>

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

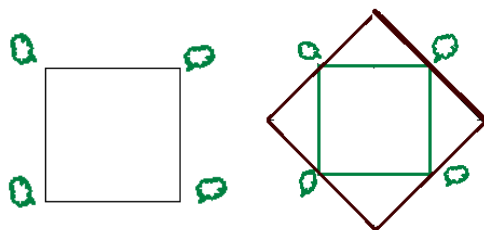
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

5. számú melléklet:

Feladat

Négyzet alakú játszótér minden sarkán egy-egy lombos fa áll. Hogyan lehetne a játszótér területét kétszeresére növelni úgy, hogy alakja ismét négyzet legyen és a fák most is a szélén álljanak? Készíts rajzot!

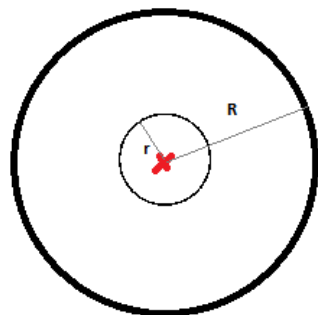
Megoldás



6. számú melléklet

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület



Az újság mellékletben található (ábrán látható) szabásminta 60 centiméteres derékbősségre készült. Gondold ki és írd le, hogyan készítenéd el a szabásmintát 80 centiméteres derékbősségre és babaruhaként 3 centiméteres derékbősségre is!

Óravázlat9 Háromszögek

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
3 perc	Tedd, amit mondom! Játék	Előzetes ismeretek felelevenítése, esetleges hiányosságok pótlása kooperatív módszer	Feladat leírása 1. számú melléklet.	Kivágott háromszögek
2 perc	A háromszögek csoportosítása	Osztályozás, táblázatba rendezés kooperatív módszer	A táblára csomagolópapírt rögzítünk, amelyen a 2. számú mellékben szereplő halmazábra van. Egy-egy tanuló megadja a tulajdonságokat (pl.: tompaszögű és egyenlőszárú háromszög) és a halmazábra megfelelő helyére rögzíti a tulajdonságoknak megfelelő háromszöget.	Kivágott háromszögek és csomagolópapíron halmazábra
5 perc	Függentős játék Állítások megfogalmazása, logikai értékének (igaz, hamis) meghatározása.	Előzetes ismeretek felelevenítése, esetleges hiányosságok pótlása. Megbeszélés, vita	Minden tanuló megfogalmaz három állítást a háromszögekkel kapcsolatban. A három állításból 1hamis. A tanár most jelzésére a gyerekek feltett ujjakkal jelzik, hányadik állítás volt hamis.	

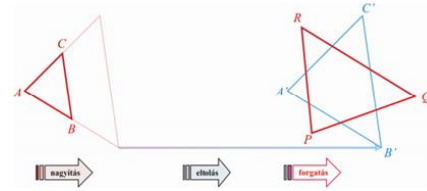
EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			<p>Ha lényeges tudni valók maradnak ki, akkor a végén, a tanár, hasonló formában ezekkel az állításokkal folytatja a játékot.</p> <p>Hangozzanak el az elnevezések: átfogó, befogó, szár, szárszög, alap, magasság, háromszög egyenlőtlenség, háromszög belső szögeinek összege, kerület, területszámítás módja.</p>	
5 perc	Háromszögek szerkeszthetőségének vizsgálata	<p>A lényegkiemelő képesség fejlesztése.</p> <p>Szemléltetés. Egyéni munka</p>	Feladat leírása 3. számú melléklet.	
3 perc	Háromszögek egybevágóságának és hasonlóságának vizsgálata.	<p>A geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.</p> <p>Rendszerezés.</p> <p>Szemléltetés, magyarázat</p>	<p>Két háromszöget egybevágónak nevezünk, ha van olyan távolságtartó (egybevágósági) transzformáció, amellyel az egyik alakzatot a másikba vihetjük át. Ekkor oldalaik és szögeik páronként megegyeznek.</p> <p>Hasonlóságnak nevezünk azokat a geometriai transzformációkat, amelyek középpontos hasonlóság és egybevágóság véges sokszor történő egymás utáni végrehajtásával keletkeznek.</p> <p>Az olyan síkidomokhoz, amelyek „egyforma alakúak”, vagyis megfelelő szakaszaik aránya és szögeik egyenlők, mindig található hasonlóság, amely őket egymásba viszi.</p>	aktív tábla notebook fájl

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
			 <p>Feladat leírása 4. számú melléklet.</p>	
10 perc	A háromszögek hasonlóságával kapcsolatos feladatok megoldása	A tanultak alkalmazása a feladat megoldások során. Kooperatív ellenőrzés párban	Feladat leírása 5. számú melléklet.	Feladatlap
	Szerkesztések	Törekvés az átgondolt, pontos, szép munkára Szemléltetés, magyarázat. Egyéni munka.	Háromszögnek és nagyított képének a megszerkesztése. 6. számú melléklet	Körző, vonalzó, szögmérő
			Háromszögnek és kicsinyített képének a megszerkesztése. 7. számú melléklet	
	Javaslat otthoni munkára	Motiváció erősítése, a tanultak alkalmazása	Szerkesztéssel készítsd el az asztali fénykép, vagy éppen naptártartó sablonját! Kedves, egyedi ajándék készíthető belőle.	
5 perc	Összefoglalás. Értékelés	Ön és társértékelés fejlesztése	Fejezzétek be a megkezdett mondatokat! A mai foglalkozáson az tetszett legjobban, hogy A tanultakat fogom hasznosítani a	

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

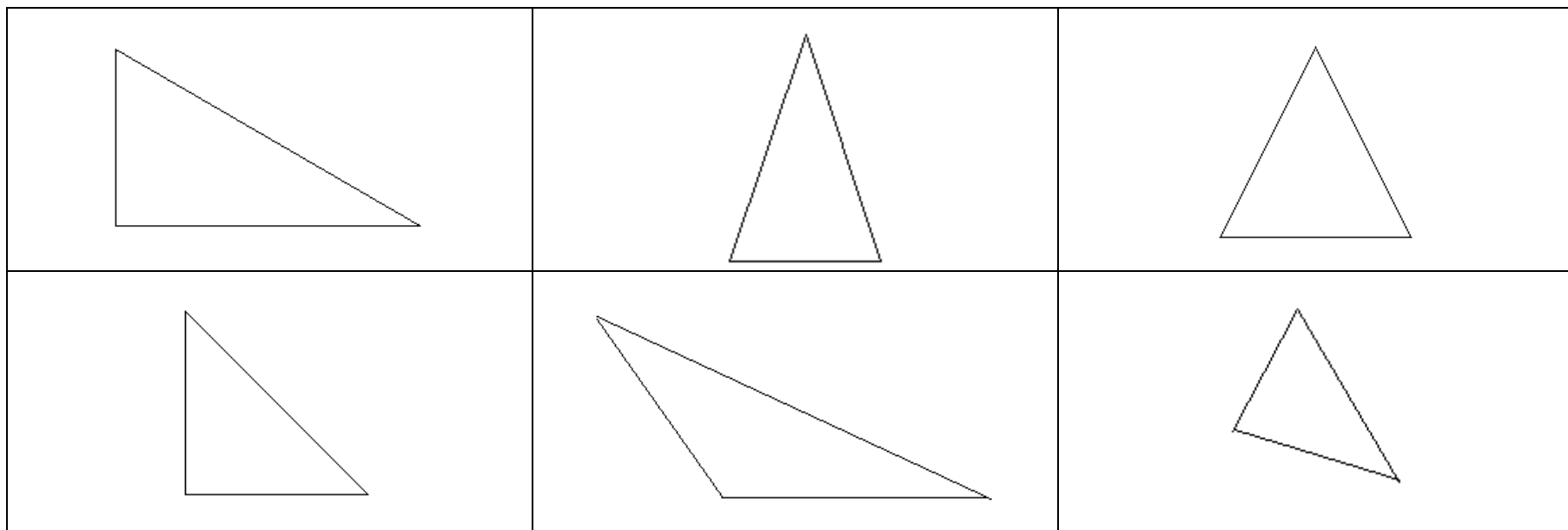
Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

7. számú melléklet:

Párokat alakítunk. A párok egymásnak háttal ülnek, nem látják egymást, de beszélgetni tudnak. A pár mindkét tagja ugyanazt a készletet kapja.

A pár egyik tagja elrendezi a kapott háromszögeket, és pontos utasításokat fogalmaz meg a társának úgy, hogy mindkettőjük előtt azonos elrendezés alakuljon ki.

A készlet elemei:



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

2. számú melléklet:

Háromszögek

	Hegyesszögű háromszög	Derékszögű háromszög	Tompaszögű háromszög
Különböző oldalú vagy általános háromszög			
Egyenlőszárú háromszög			
Egyenlő oldalú vagy szabályos háromszög			

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

3. számú melléklet:

Egyértelműen megszerkeszthető-e a háromszög az alábbi adatokból? Töltsétek ki a táblázatot!

Adatok	Megszerkeszthető-e I/N	Miért?
a=12 cm; b=13 cm; c=14 cm		
a=17 dm; b=17 dm; c=32 cm		
a=480 mm; b=24 cm; c=7,2 dm		
a=12 cm; b=13 cm; c=14 cm		
a=0,14 m; b=6 cm; c=140 mm		
$\alpha = 34^\circ$; $\beta = 56^\circ$; $\gamma = 90^\circ$		
a= 5 cm $\alpha = 134^\circ$; $\beta = 56^\circ$		
a= 4 cm $\alpha = 42^\circ$; $\beta = 36^\circ$;		
a= 4 cm b= 32 mm $\alpha = 110^\circ$;		
a= 41 mm b= 5 cm $\alpha = 40^\circ$;		

Megoldás:

Adatok	Megszerkeszthető-e I/N	Miért?
a=12 cm; b=13 cm; c=14 cm	I	
a=17 cm; b=17 cm; c=32 dm	N	Mert $32 \text{ dm} = 320 \text{ cm}$; $17 \text{ cm} + 17 \text{ cm} = 34 \text{ cm} < 320 \text{ cm}$ A háromszög két oldalának összege kisebb, mint a harmadik oldal.
a=480 mm; b=24 cm; c=7,2 dm	N	Mert $480 \text{ mm} = 48 \text{ cm}$; $7,2 \text{ dm} = 72 \text{ cm}$ $48 \text{ cm} + 24 \text{ cm} = 72 \text{ cm}$ A háromszög két oldalának összege egyenlő a harmadik oldallal.
a=0,14 m; b=6 cm; c=140 mm	I	
$\alpha = 34^\circ$; $\beta = 56^\circ$; $\gamma = 90^\circ$	N	Több hasonló háromszög szerkeszthető ezekkel az adatokkal.
a= 5 cm $\alpha = 134^\circ$; $\beta = 56^\circ$	N	$134^\circ + 56^\circ = 190^\circ$, a háromszög belső szögeinek összege = 180°
a= 4 cm $\alpha = 42^\circ$; $\beta = 36^\circ$;	I	
a= 4 cm b= 32 mm $\alpha = 110^\circ$;	I	
a= 41 mm b= 5 cm $\alpha = 40^\circ$;	N	A szerkesztéshez a hosszabbik oldallal szemközti szöveget, vagy a két oldal által bezárt szöveget kellene ismerni.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

4. számú melléklet:

A feladatot aktív táblán notebook fájl segítségével oldják meg a tanulók.

A megadott tulajdonságokat aszerint kell csoportosítani, hogy a háromszögek hasonlóságára vagy egybevágóságára jellemző.

Megoldás:

Egybevágóság	Hasonlóság
oldalaik páronként egyenlők	megfelelő oldalaik aránya páronként egyenlő
1-1 megfelelő oldaluk, és a rajtuk fekvő két szög páronként egyenlő	két-két szögük egyenlő
két-két oldaluk és az általuk közbezárt szög páronként egyenlő	két-két oldal aránya, és az általuk közbezárt szög egyenlő
két-két oldaluk és a nagyobbikkal szemközti szög páronként egyenlő	két-két oldal aránya, és a nagyobbikkal szemközti szög egyenlő

5. számú melléklet:

1. feladat: Egy háromszög oldalainak hossza: 4 cm, 6 cm és 9 cm. A háromszöget 2,5-szeresére nagyítjuk.

a) Mekkora a keletkező háromszög oldalai?

b) Hányszorosára változik a háromszög kerülete?

2. feladat: Két háromszög közül az egyiknek az oldalai: $AB = 3,2$ cm, $BC = 6,4$ cm és $AC = 4,8$ cm, a másiké $EF = 4,8$ cm, $FG = 2,4$ cm, és $EG = 3,6$ cm.

a) Igaz-e, hogy a két háromszög hasonló?

b) Ha igen, akkor mely oldalak és csúcsok felelnek meg egymásnak?

3. feladat: Egy háromszög oldalai: 4 cm, 2,8 cm és 3,2 cm. Egy hozzá hasonló háromszög kerülete 30 cm. Mekkora az oldalai?

4. feladat: Egy háromszög oldalainak aránya: 4:4:6. Ha egy hozzá hasonló háromszög kerülete 18,2 cm, mekkora az oldalai?

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

5. feladat: Két hasonló egyenlőszárú háromszög leghosszabb oldala 10 cm, illetve 25 cm, kerületeik különbsége 33 cm. Mekkora a két háromszög kerülete?

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

6. feladat: Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza 53 cm, 45 cm és 28 cm. Mekkora darabokra vágja az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót?

Megoldások:

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Feladat	Megoldás
1.	a) $4 \text{ cm} * 2,5 = 10 \text{ cm}$, $6 \text{ cm} * 2,5 = 15 \text{ cm}$, $9 \text{ cm} * 2,5 = 22,5 \text{ cm}$. b) 2,5-szörösére.
2.	a) Hasonlók b) E–C, G–A, F–B.
3.	$4 \text{ cm} + 2,8 \text{ cm} + 3,2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$ a hasonlóság aránya $k = 30:10 = 3$ $4 \text{ cm} * 3 = 12 \text{ cm}$; $2,8 \text{ cm} * 3 = 8,4 \text{ cm}$; $3,2 \text{ cm} * 3 = 9,6 \text{ cm}$
4.	$4 \text{ egység} + 4 \text{ egység} + 6 \text{ egység} = 14 \text{ egység}$ $18,2:14 = 1,3$ $4 * 1,3 = 5,2 \text{ cm}$; $6 * 1,3 = 7,8 \text{ cm}$, tehát az oldalak $a = 5,2 \text{ cm}$, $b = 5,2 \text{ cm}$, $c = 7,8 \text{ cm}$
5.	A hasonlóság aránya $k = 25:10 = 2,5$ A kisebb terület: K_1 , a nagyobb: $K_2 = K_1 * 2,5$. $K_2 - K_1 = 2,5K_1 - K_1 = 1,5K_1 = 33 \text{ cm}$ ebből a $K_1 = 33/1,5 = 22 \text{ cm}$; $K_2 = 22 * 2,5 = 55 \text{ cm}$ A két háromszög területe 22 cm és 55 cm .
6.	Az átfogó rövidebb darabját jelöljük x -szel, a hosszabbikat y -nal. A derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasság a háromszöget két háromszögre bontja, amelyek egymással és az eredeti háromszöggel is hasonlóak. Teljesül a két-két szögük egyenlő feltétel, mert mind háromnak van derékszöge és ezen kívül egy-egy szögük közös az eredeti háromszöggel. A hasonlóság miatt $x : 28 = 28 : 53$ arányból $x = 28 * 28 / 53 \approx 14,8$ $y : 45 = 45 : 53$ arányból $y = 45 * 45 / 53 \approx 38,2$ Tehát az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót $14,8 \text{ cm}$ -es és $38,2 \text{ cm}$ -es darabokra vágja.

6. számú melléklet:

Feladat:

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

- a) Szerkessz háromszöget, ha adott két oldala és a közbezárt szög: $b=2\text{ cm}$; $c=3\text{ cm}$; $\alpha = 40^\circ$.
- b) Az elkészült háromszögön kívül vegyél fel egy O pontot, majd ebből a pontból nagyítsd a háromszöget kétszeresére!

A megoldás menete:

1. Szabadkézi rajz készítése a szerkesztendő objektumról, amelyen jelöljük az ismert adatokat, amiket a rajz mellé fel is mérünk.
2. Rajzos vagy szöveges vázlat készítése, melynek során átgondoljuk a szerkesztés lépéseit.
3. Szerkesztés
4. Kiemelés

Ebben az esetben a következő vázlat alapján dolgozhatunk (a lépések ettől eltérő sorrendje is eredményezhet jó szerkesztést):

1. Felvesszük a c oldal egyenesét és kijelölünk rajta egy pontot, ez lesz az A csúcs.
2. Körzővel az A csúcsból mérjük a félegyenesre adott c hosszúságú szakaszt. Így megkapjuk a B pontot.
3. Másoljuk fel az α szöveget úgy, hogy a szögcsúcsa az A pont legyen, az egyik szögszára pedig a c oldal egyenese. A másik szögszár lesz a b oldal egyenese.
4. Rajzoljuk meg az A középpontú, b sugarú kört. (elég azt a kis körívet berajzolni, amely metszi a b A kezdőpontú félegyenesét). A kör és a félegyenes

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

metszéspontja lesz a C csúcs.

5. Kössük össze az A, B és C csúcsokat!
6. Színessel emeljük ki a megszerkesztett háromszöget!

A feladat b) részének lépései:

1. Vegyük fel az O pontot ne túl távol a háromszögtől, képzeljük magunk elé a kész ábrát, nehogy a szerkesztésünk lelógjon a lapról)
2. Rajzoljuk meg az OA félegyenest!
3. Az OA félegyenesre rámérjük O-ból az OA távolság kétszeresét, így megkapjuk az A' pontot.
4. Rajzoljuk meg az OB félegyenest!
5. Az OB félegyenesre rámérjük O-ból az OB távolság kétszeresét, így megkapjuk az B' pontot.
6. Rajzoljuk meg az OC félegyenest!
7. Az OC félegyenesre rámérjük O-ból az OC távolság kétszeresét, így megkapjuk az C' pontot.
8. Összekötjük az A', B' és C' pontokat.
7. számú melléklet:

Feladat:

- a) Szerkessz háromszöget, ha adott két oldala és a hosszabbikkal szemközti szög: $a = 6$ cm; $b = 4$ cm; $\alpha = 40^\circ$.
- b) Az elkészült háromszögen kívül vegyél fel egy O pontot, majd ebből a pontból kicsinyítsd harmadára a háromszöget!

A megoldás menete:

1. Szabadkézi rajz készítése a szerkesztendő objektumról, amelyen jelöljük az ismert adatokat, amiket a rajz mellé fel is mérünk.
2. Rajzos vagy szöveges vázlat készítése, melynek során átgondoljuk a szerkesztés lépéseit.
3. Szerkesztés
4. Kiemelés

Ebben az esetben a következő vázlat alapján dolgozhatunk (a lépések ettől eltérő sorrendje is eredményezhet jó szerkesztést):

1. Felvesszük a b oldal egyenesét és kijelölünk rajta egy pontot, ez lesz a C csúcs.
2. Körzővel a C csúcsból mérjük a félegyenesre adott b hosszúságú szakaszt. Így megkapjuk az A pontot.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

3. Másoljuk fel az α szöveget úgy, hogy a szögcsúcsa az A pont legyen, az egyik szögszára pedig a b oldal egyenese. A másik szögszáron lesz a c oldal.
4. Rajzoljuk meg a C középpontú, a sugarú kört. (elég azt a kis körívet berajzolni, amely metszi a c A kezdőpontú félegyenest). A kör és a félegyenes metszéspontja lesz a B csúcs.
5. Kössük össze az A, B és C csúcsokat!
6. Színessel emeljük ki a megszerkesztett háromszöget!


A feladat b) részének lépései:

1. Rajzoljunk egy A kezdőpontú félegyenest, majd mérjük fel rá az A pontból háromszor egy rövid szakaszt! Jelöljük be az osztópontokat, a harmadik adja az O pontot, a másodiknál lesz az A' pont.
2. Rajzoljuk meg az OB félegyenest!
3. Rajzoljunk párhuzamost az AB szakasszal, amely áthalad az A' ponton! A párhuzamos és az OB félegyenes metszéspontja adja a B' pontot.
4. Rajzoljuk meg az OC félegyenest!
5. Rajzoljunk párhuzamost az AC szakasszal, amely áthalad az A' ponton! A párhuzamos és az OC félegyenes metszéspontja adja a C' pontot.
6. Végül összekötjük az A', B' és C' pontokat.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Óravázlat10 Geometria a természetben

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, módszerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
	Film megnézése, beszélgetés	Ráhangelődés, motiváció Beszélgetés, szemléltetés	https://www.youtube.com/watch?v=YQnGBqHqo4g A matematika – geometria a természet elképesztő sokszínűségében lépten-nyomon fellelhető. A geometriai alakzatokra, a szimmetriára számtalan példa hozható.	aktív tábla, film
	Néhány természeti tárgy és fotó bemutatása	Absztrakciós képesség fejlesztése Beszélgetés, szemléltetés	 <p>A természetben szinte korlátlan számú, és nagyon sokféle mértani alakzat van. Figyeljük csak meg a falevelet, a kristályokat, az ásványokat, a gyümölcsöket.</p>	Tanulók által gyűjtött természeti tárgyak, képek.
	Tanári kiegészítés (ha szükséges)	Tapasztalatgyűjtés	A geometria tudománya a természeti megfigyelésekből indul ki. 1.számú melléklet	Képek
	Elbeszélés a méhekről. A méhkaptárt utánozó szerkesztés.	Absztrakciós képesség fejlesztése. Pontos munkára nevelés Beszélgetés, szemléltetés	Leírás és feladat a 2. számú mellékletben.	Körző, vonalzó
	Szimmetria keresése a természetben, szerkesztés	Absztrakciós képesség fejlesztése. Pontos munkára nevelés	Nem csak a geometriai alakzatokat, de a tengelyes és középpontos szimmetriát is nagyon változatos formában lelhetjük fel a természetben.	Vonalzó

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026







Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

Időkeret	Tevékenységek	Célok, feladatok, mód- szerek	Tartalmi elemek, feladat ajánlások	Eszközök
		Elbeszélés, szemléltetés	Gondoljunk csak a sík vízfelületen napsütésben tükröződő természeti és mesterséges tárgyakra, páros szerveinkre, különböző magokra, gyümölcsökre, vagy a méhekre. Leírás és feladat a 3. számú mellékletben.	
	A méhek táncának modellezése	Motiváció erősítése Elbeszélés, szemléltetés	A méhek geometriája. Irányítsd a méheket! Leírás és feladat a 4. számú mellékletben.	
	Javaslat otthoni munkára	Motiváció fenntartása	Ha többet is akartok tudni a matematika és a természet kapcsolatáról a figyelmetekbe ajánlom a következő filmet https://www.youtube.com/watch?v=KCBcyo5SDIE Sok játékban is fellelhetők a mértani alakzatok pl: http://zone.msn.com/gameplayer/gameplayer.aspx?game=bejeweled3&instance=default Aki vizsgáldni szeret, annak ajánlom a az 5.számú mellékletet.	
	Összegzés			

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

1. számú melléklet

<p>Egyenes: A kalászokat tartó szárok is a lineáris alak példái. A búzkalászkok egyenesen állnak, a zabéi ízeltek és lefelé hajlanak. A fűvön kívül még sok növénynek van egyenes vonalú felépítése. Ilyen például a sás, a nád és a gyékény. Egy bizonyos értelemben mindannyian különbözőek, de valamennyien szépek.</p>	<p>Kör A katicabogarak pöttyei, a fa évgyűrűi néha szinte tökéletes körköket mintáznak</p>	<p>Gömb Nemcsak a síkidomokat találhatja meg a figyelmes szemlélő, de a szabályos testeket is. Egyes rovarok potroha, vagy éppen a Földünk a világúrból nézve például rendkívül hasonlít a gömbhöz.</p>
		
		

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

2. számú melléklet



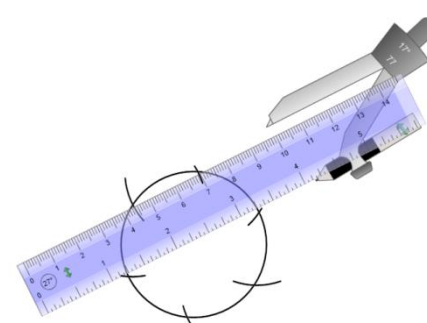
Csodálatos a méhek lakása – valóságos palota. Aranyszínűek a falai és illatos viaszból épülnek. A mézelő méh faodúba, sziklaüregbe rejtve építi fészket. A potrohuk alján apró viaszlemezecskék válnak ki, s ez a viasz lesz az építőanyaguk. Az építkezést fenn kezdik el és lefelé haladnak. A függőleges lépfalakra szép szabályos rendben hatszögletű kis sejteket építenek. Ezekbe gyűjtik az édes mézet, az aranyárga virágport, bennük nevelik kicsinyeiket.

Feladat: Készítsétek el körző és vonalzó segítségével a méh kaptár falrészletének síkbeli ábráját! Versenyezzetek, ki a legügyesebb építő, ki tud adott idő alatt több egybefüggő szabályos hatszöget szerkeszteni!

Megoldás:

Szabályos hatszög szerkesztésének vázlata:

1. A szabályos hatszög oldalhosszúságával egyenlő sugárral kört rajzolunk
2. Kijelölünk a körvonalon egy pontot, ez lesz a szabályos hatszög egyik csúcsa
3. Ebből a pontból változatlan körzőnyílással elmetsszük a körvonalat, így újabb csúcsot kapunk
4. Az előző lépést addig ismétljük, míg körbe érünk
5. A metszéspontokat vonalzóval összekötjük



Több egybefüggő szabályos hatszög szerkesztése:




A szabályos hatszög egyik csúcsából változatlan körzőnyílással újabb kört rajzolunk, és az előbbi módon elvégezzük a többi szabályos hatszög szerkesztését.

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

3. számú melléklet

Az alábbi képeken a méhcsalád három jellemző tagja látható a rajz és a leírás alapján állapítsd meg kik ők és írd a nevüket a képek alá!

<p>Ő az, aki rá van szorulva a többiek gondoskodására éhen halna, ha nem etetnék. Csak a petéket rakja, semmi mást nem csinál.</p>	<p>Ők azok, akik rövid életük alatt csak sétálgatnak és esznek.</p>	<p>Ők gyűjtik a mézet, dajkálják a kicsi méheket, takarítják a kaptárt.</p>
		

Feladat: rajzold be a szimmetria tengelyeket!

EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

4. számú melléklet

A gyűjtésre induló sok ezer méh nem repked céltalanul. A kaptárból először a felderítők indulnak el. Ha édes nedvet adó virágra bukkannak, összeszednek annyi nektárt, amennyit elbírnak, és visszarepülnek a kaptárba. A felderítésből hazatért méh fel és le szaladgál a lépeken, és eközben potroha köröket vagy nyolcasokat ír le. Ez a mozgás a méh tánca. Ha sok eleséget talált és az közel van, körtáncot jár, és tánca gyors, ha messze van, akkor nyolcas alakban lassan táncol. Ha a kaptártól délre kell repülni, felfelé kezdi a táncot, ha északra lefelé, ha keletre balra, ha nyugatra jobbra indul a tánc.

Az előbbiek alapján te is útba tudod igazítani a társadat, ha

1.



2.



EFOP 3.3.6 - 17 - 2017 - 00026

Nógrád Megyei Tudományos Ismeretterjesztő Egyesület

5. számú mellékletet.

Ámulatba ejt bennünket a hópelyhek, jégkristályok finom szépsége.

Hogy jobban megvizsgálhassuk felépítését, hajoljunk egy olyan vízzel telt edény fölé, melynek a felülete éppen fagyni kezdett. Előbb egyenes, tűszerű, apró kristályokat látunk, ezekből csillagok ágaznak szét, mindig 60 fokos szöget zárva be. Az egész kristályszerkezet addig ágazik, amíg az egész vízfelületet be nem borítja. Ugyanez a jelenség figyelhető meg a befagyott ablaküvegen is, és a hópelyhek szintén így képződnek. A hópelyhek alakja nagyon sokféle, de mindig hatszögű, és mindig 60 fokos szögben ágazik tovább. Ha tüzetesebb vizsgálat alá akarjuk vetni a hókristályokat, menjünk ki a szabadba hóeséskor. Vigyünk magunkkal egy darab fekete posztót, melyet egy ideig hűtőszekrényben tartottunk, hogy a ráhulló pelyhek ne olvadjanak el azonnal. Nagyítóval nézzük meg a hókristályokat, ügyelve hogy lehetünk el ne olvasszuk őket.

A hópelyhek nemcsak szépek, de rendkívül hasznosak is. Gondoljátok el, ha a felhőben lévő vízpára a hideg miatt megszilárdulva nem hópehely, hanem jégdarabok (jégeső) formájában esne a földre, akkor a növényeket, az állatokat, sőt az embereket is veszélyeztetné. Télen a földet vastag jégréteg borítaná. A pehelyszerű, finom hókristályok azonban lassan hullnak az égből, és nemcsak hogy nem tesznek kárt, hanem védik a növényeket a hidegtől és a fagytól.